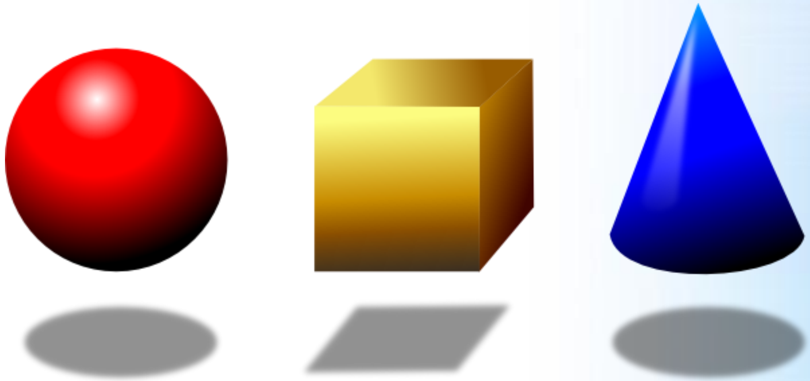
Обучающая презентация

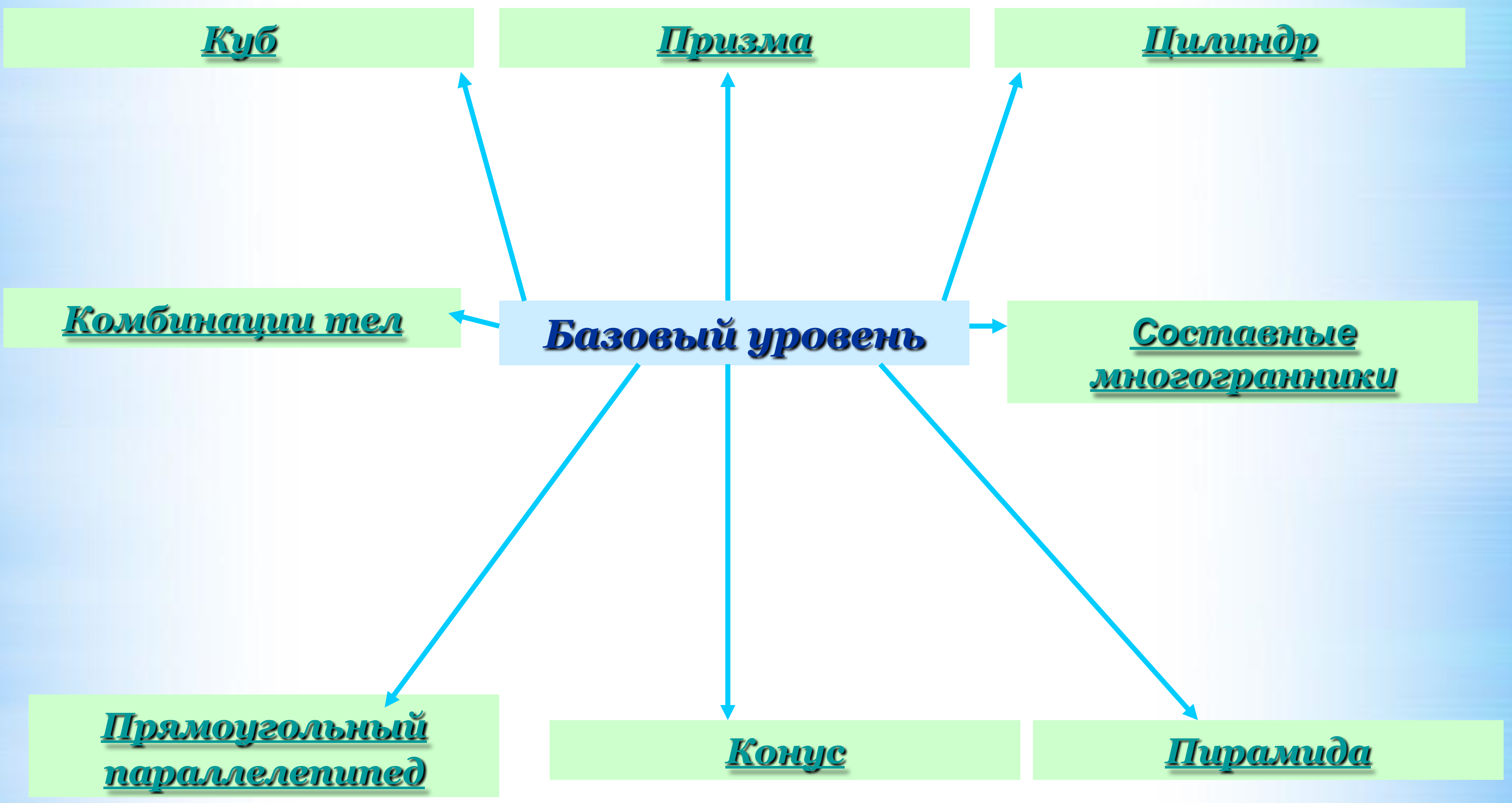
Базовые стереометрические задачи в формате ЕГЭ



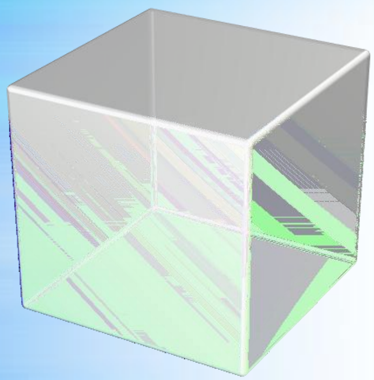
Автор работы: ученица 10 класса Железова Людмила

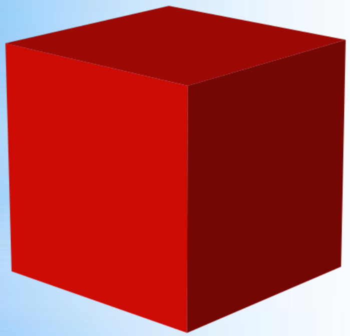
Руководитель: Беляева Н.Ф.

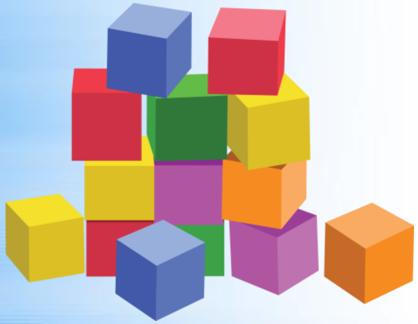
Тематическая классификация



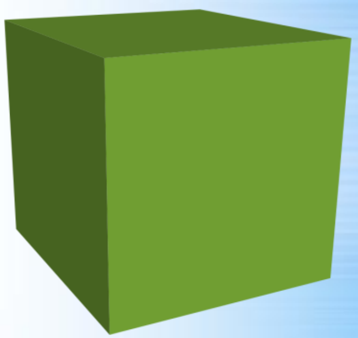
Куб

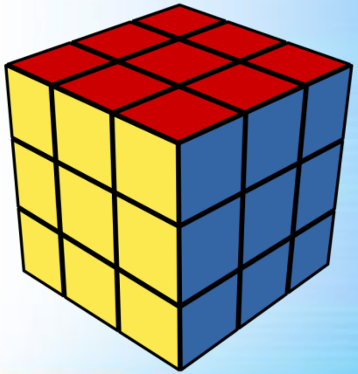






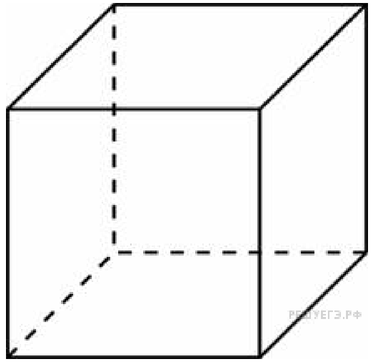
1. Нахождение диагонали куба, если известна площадь поверхности
2. Нахождение площади поверхности, если известен объем
3. Нахождение ребра куба, если увеличивается площадь поверхности
4. Нахождение объема, если увеличить его ребра
5. Нахождение диагонали, если известен объем
6. Нахождение ребра куба, если увеличить объем
7. Нахождение площади поверхности, если увеличить ребро куба
8. Нахождение площади поверхности, если известна диагональ
9. Нахождение объема, если известна площадь поверхности
10. Сравнение площадей поверхности кубов





Площадь поверхности куба равна 18. Найдите его диагональ.

Решение



1. Пусть ребро куба = а
2. Т.к. S одной грани = S поверхности/6, то
S одной грани = 18/6 =3
3. Т.к S= a² , то а = √3
4. Т.к d = a√3, то d = √3*√3=√9= 3

Алгоритм

1. Принять ребро куба за а
2. Найти площадь одной грани, пользуясь формулой №1
3. Найти ребро куба, пользуясь формулой № 3
4. Найти диагональ, пользуясь формулой № 2

Формулы:

№1. S одной грани = S поверхности /6

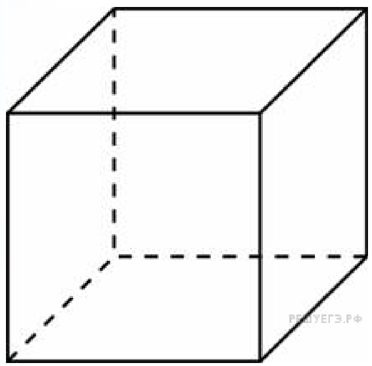
№2. d = a√3, где d - диагональ а- ребро

№ 3. S= a², следовательно а = √S

Тип 1

Объем куба равен 8. Найдите площадь его поверхности

Решение



1. Т.к S поверхности = $6a^2$, то $a^2 = S/6$,
$a = \sqrt{(S/6)}$
2. Т.к. $V = a^3$, то $a = \sqrt[3]{V}$
3. Т.к. $a = \sqrt{(S/6)}$ и $a = \sqrt[3]{V}$, а $V=8$, то

$$\sqrt{(S/6)} = \sqrt[3]{V},$$
$$\sqrt{(S/6)} = \sqrt[3]{8}$$
$$S/6 = 4$$
$$S = 24$$

Алгоритм

1. Выразить ребро куба, из формулу нахождения площади поверхности куба № 1
2. Выразить ребро куба изформулы нахождения объема куба №2
3. Приравнять два полученных выражения и решить уравнение, подставив известные данные

Формулы:

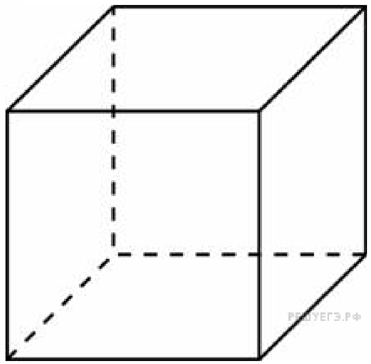
№1. S поверхности = $6a^2$ $a = \sqrt{S/6}$,
где а – ребро куба

№2 $V = a^3$ $a = \sqrt[3]{V}$

Тип 2

Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро куба.

Решение



1. Пусть ребро куба - а, тогда его $S=6a^2$
2. Ребро куба после увеличения $= a+1$, тогда $S1=6*(a+1)^2$

$$S1=6a^2+12a+6$$
$$S1=S+54$$
$$6a^2+12a+6=6a^2+54$$
$$12a=48$$
$$a=4$$

Алгоритм

1. Принять ребро куба за а, тогда ребро куба после увеличения будет а + т, где т- число на которое увеличили ребро куба
2. Подставить в формулу №1 известные данные и решить полученное уравнение

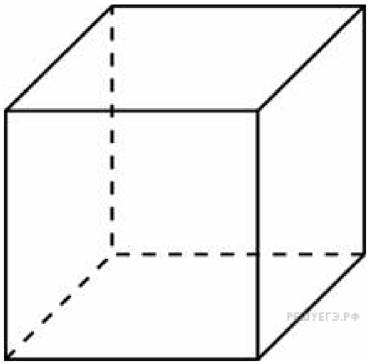
Формулы

№1 $S= 6a^2$

Тип 3

Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в три раза?

Решение



1. Т. к. $V= a^3$, то $V2= 3a^3=27\ a^3$ (где V2- объем после увеличения ребра)
2. Т. к. $V= a^3$, а $V2= 27\ a^3$, то $V2/V= 27\ a^3\ /\ a^3=27$ раз

Алгоритм

1. Пользуясь формулой № 1, записать, чему равен объем после увеличения
2. Найти во сколько раз увеличится объем, разделив V2 на V

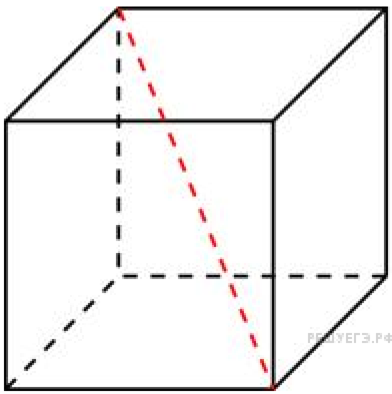
Формулы.

$V=a^3$

Тип 4

Объем куба равен $24\sqrt{3}$. Найдите его диагональ.

Решение



1. Т. к $V= a^3$ и $V=24\sqrt{3}$, то $a^3=24\sqrt{3}$, тогда $a=\sqrt[3]{24\sqrt{3}}$
2. Т.к $d = a\sqrt{3}$, а $a^3=24\sqrt{3}$, то

$$d= \sqrt[3]{(24\sqrt{3})}*\sqrt{3}$$
$$d=\sqrt[3]{(24*\sqrt{3}*(\sqrt{3})^3)}$$
$$=\sqrt[3]{(24*\sqrt{81})}=$$
$$=\sqrt[3]{(24*9)}=\sqrt[3]{(8*3*9)}=$$
$$=\sqrt[3]{(8*27)}=$$
$$=2*3=6$$

Алгоритм

1. Пользуясь формулой №1, найти чему равно ребро
2. Подставить в формулу № 2 известные данные и решить полученное уравнение

Формулы.

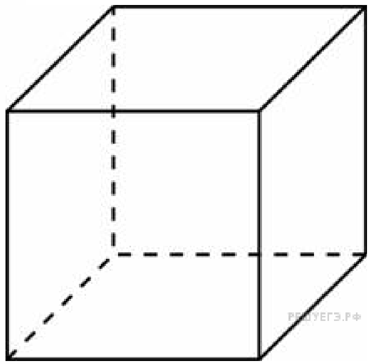
№1 $V= a^3$

№2 $d = a\sqrt{3}$

Тип 5

Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его объем увеличится на 19. Найдите ребро куба.

Решение



1. Пусть ребро куба - а, тогда $V_1 = a^3$ и $V_2 = (a+1)^3$
2. Т.к. $V_2 - V_1 = 19$, то $(a+1)^3 - a^3 = 19$

$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 - a^3 = 19$

$3a^2 + 3a + 1 = 19$

$3a^2 + 3a - 18 = 0$

$a^2 + a - 6 = 0$

$a = 2$

Алгоритм

1. Принять ребро куба за а, тогда ребро куба после увеличения будет а + т, где т- число на которое увеличили ребро куба
2. Подставить в формулу № 1 известные данные и решить полученное уравнение

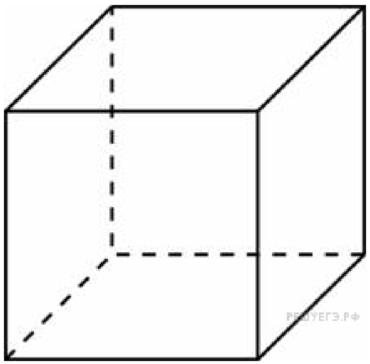
Формулы.

№1 $V = a^3$

Тип 6

Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если его ребро увеличить в три раза?

Решение



1. Т. к $S= 6a^2$, то $S2= 6(3a)^2=6*9a^2$, где S2- площадь поверхности после увеличения.
2. Т.к. $S= 6a^2$ $S2= 6*9a^2$, то $S2/S= 6*9a^2/6a^2= 9$ раз

Алгоритм.

1. Пользуясь формулой № 1, записать чему равна площадь поверхности куба после увеличения ребра
2. Найти во сколько раз увеличилась площадь поверхности разделив S на S2

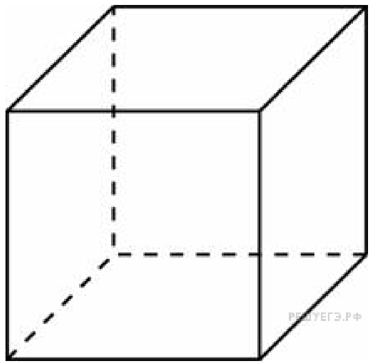
Формулы.

№1 $S= 6a^2$

Тип 7

Диагональ куба равна 1. Найдите площадь его поверхности.

Решение



1. Т.к. $d=a\sqrt{3}$ и $d=1$, то $a\sqrt{3}=1$, $a=1/\sqrt{3}$
2. Т.к. $S=6a^2$, то $S=6*(1/\sqrt{3})^2=$ $=6/3=2$

Алгоритм

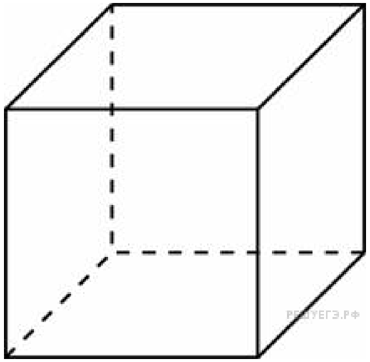
1. Пользуясь формулой № 1 и используя известные данные выразить ребро куба
2. Подставить полученные данные в формулу № 2 и решить полученное уравнение

Формулы.

1. $d=a\sqrt{3}$
2. $S=6a^2$

Площадь поверхности куба равна 24. Найдите его объем.

Решение



1. Т.к. $S = 6a^2$, и $S=24$ то $a=2$
2. Т.к. $V = a^3$ и $a=2$, то $V = 8$

Алгоритм.

1. Пользуясь формулой № 1 и известными данными найти ребро куба
2. Пользуясь формулой № 2, найти объем

Формулы.

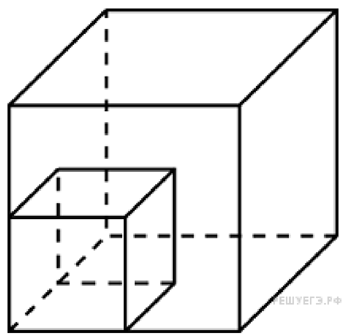
№1 $S = 6a^2$

№2 $V = a^3$

Тип 9

Объем одного куба в 8 раз больше объема другого куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?

Решение



1. Пусть $V1= a^3$ (где V1 – объем меньшего куба), тогда $V2=8a^3$(где V2-объем большего куба)
2. Т.к $V1= a^3$, то $a1=\sqrt[3]{V_1}$, а $a2=\sqrt[3]{(V_2/8)}=\sqrt[3]{(V_1*8/V_1)}= = \sqrt[3]{8}=2$
3. Т.к $S1=6a^2$, то $S2= 6*(2a)^2=24a^2$
4. Т.к. $S1=6a^2$ $S2=24a^2$, то $S2/S1= =(24a^2)/ (6a^2)=4$

Алгоритм.

1. Пользуясь формулой № 1 найти объем большего куба
2. Выразить ребро меньшего и большего куба из формулы нахождения объема
3. Пользуясь формулой № 2 найти площадь поверхности большего куба
4. Найти во сколько раз площадь поверхности первого куба больше второго, разделив S2 на S1

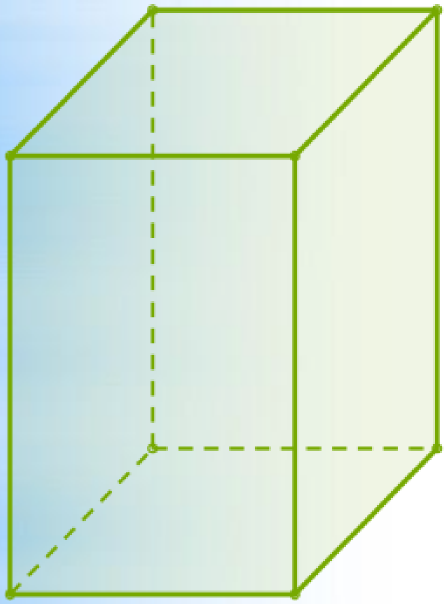
Формулы.

№1. $V= a^3$

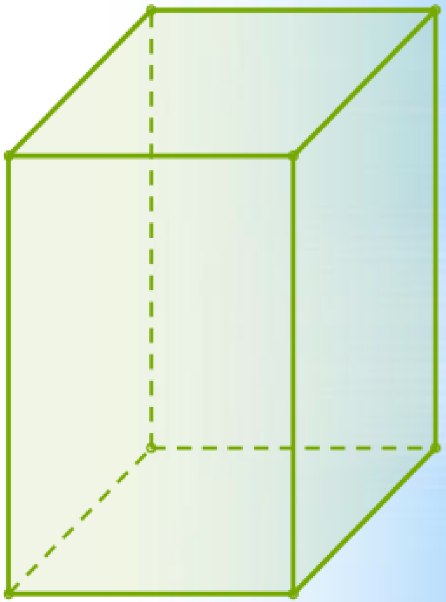
№2. $S=6a^2$

Тип 10

Прямоугольный параллелепипед

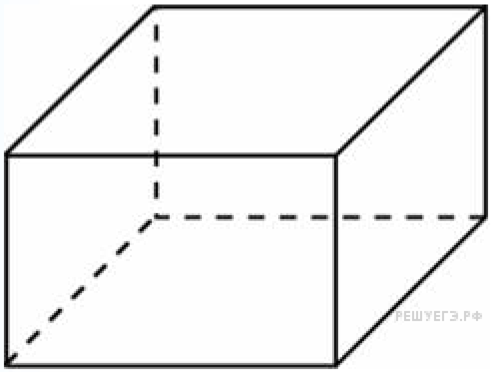


1. Нахождение ребра параллелепипеда по двум ребрам и площади поверхности
2. Нахождение объема
3. Задачи с наливанием жидкости
4. Нахождение угла между прямыми
5. Нахождение длины ребра



Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.

Решение



1. Т.к S = 2*(а*с+с*в+а*в), где а,в и с- длины ребер параллелепипеда и а=3 в=4, тогда

2*(3*с+с*4+12)=94

2*(3с+4с+12)=94

3с+4с+12=47

7с=35

с=5

Алгоритм.

1. Подставить известные данные в формулу № 1 и решить полученное уравнение

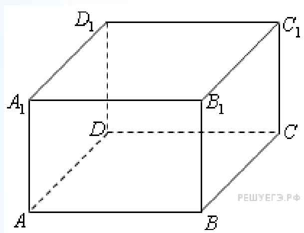
Формулы

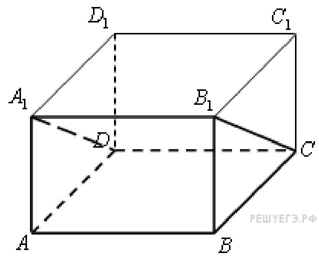
№1. S = 2*(а*с+с*в+а*в),

Тип 1

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A,D, A1, B,C,B1 прямоугольного параллелепипеда ABCDA1B1C1D1, у которого AB=3, AD=4, AA1=5

Решение





1. Т.к. Vпар=AB*AD*AA1, то Vпар= 3*4*5=60
2. Т.к. VADA1BCB1=1/2*60=30

Алгоритм.

1. Найти объем всего параллелепипеда ,пользуясь формулой № 1
2. Найти половину объема всего параллелепипеда

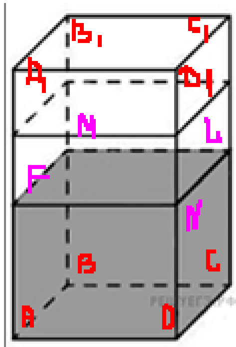
Формулы.

V=a*b*c

Тип 2

В бак, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы со стороной основания, равной 20 см, налита жидкость. Для того чтобы измерить объём детали сложной формы, её полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём детали, если уровень жидкости в баке поднялся на 20 см. Ответ дайте в кубических сантиметрах.

Решение



1. Т.к. ABCDA1B1C1D1-правильная четырехугольная призма – прямоугольный параллелепипед, то ABCD-квадрат, тогда AB=BC=CD=AB=20
2. Т.к. уровень жидкости поднялся на 20, то AF=20
3. Рассмотрим ABCDFMLN.

V ABCDFMLN=AD*AB*AF=

=20*20*20= 8000 см³

Алгоритм.

1. Увидеть, что AB=BC=CD=AB (Т.к. ABCDA1B1C1D1-правильная четырехугольная призма – это прямоугольный параллелепипед, и в его основании лежит квадрат)
2. Найти высоту детали, объем которой требуется найти (она равна величине, на которую поднялся уровень жидкости в баке)
3. Рассмотреть деталь как прямоугольный параллелепипед и найти ее объем по формуле № 1

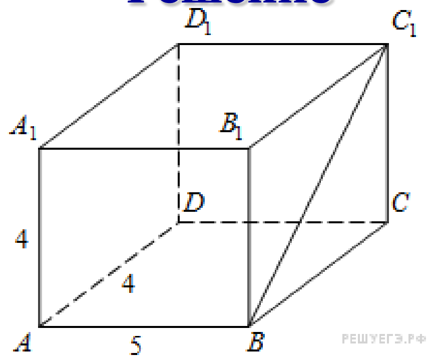
Формулы.

V=a*b*c

Тип 3

Найдите угол C1BC прямоугольного параллелепипеда, для которогоAB =5, AD =4, AA1=4. Дайте ответ в градусах.

Решение



1. Д.п. BC1- диагональ
2. Т.к. AD=BC=4, AA1=BB1=4, значит BB1CC1- квадрат
3. Т.к. BC1-диагональ, то угол C1ИС=45°

Алгоритм.

1. Провести диагональ BC1
2. Доказать, что BB1CC1- квадрат и найти его стороны
3. Найди требуемый угол

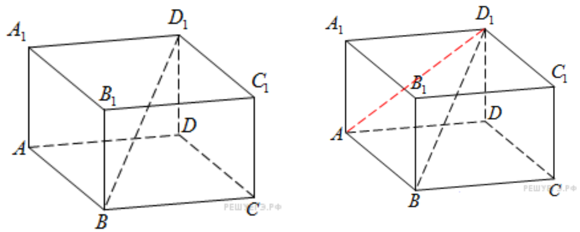
Формулы.

-

Тип 4

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $BD_1=5$ $CC_1=3$ $B_1C_1=\sqrt{7}$. Найдите длину ребра AB.

Решение



1. Д.п. AD_1

2. Рассмотрим прямоугольный треугольник AA_1D_1

$A_1D_1=C_1B_1=\sqrt{7}$, $AA_1=CC_1=3$, тогда $AD_1=\sqrt{(AA_1^2+A_1D_1^2)}$. $AD_1=\sqrt{16}=4$ (по теореме Пифагора)

3. Рассмотрим прямоугольный треугольник ABD_1

$AB=\sqrt{9}=3$

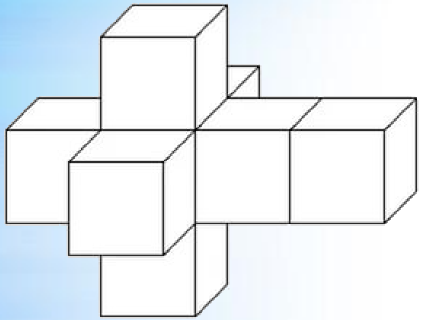
Алгоритм.

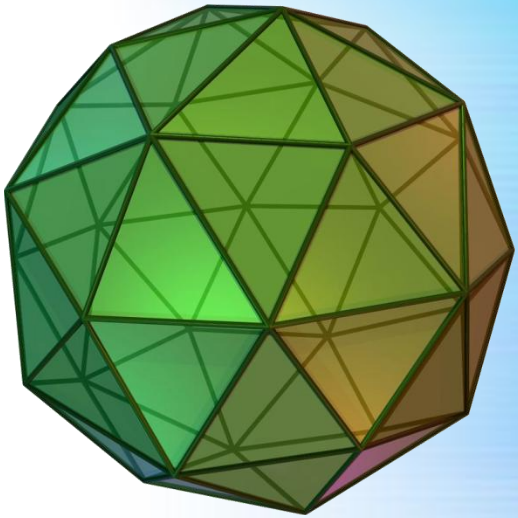
1. Сделать дополнительное построение
2. Рассмотреть прямоугольный треугольник и найти недостающую сторону
3. Рассмотреть прямоугольный треугольник, стороной которого является нужное нам ребро и по теореме Пифагора вычислить его

Формулы:

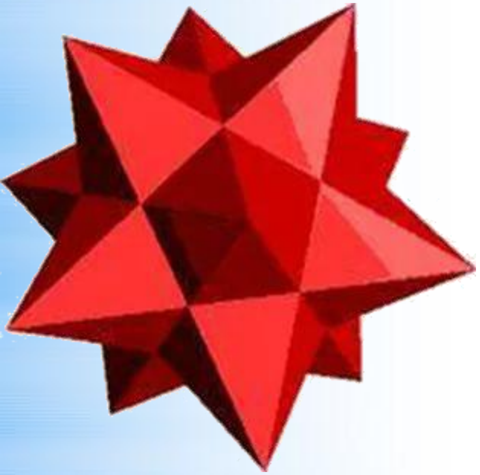
-

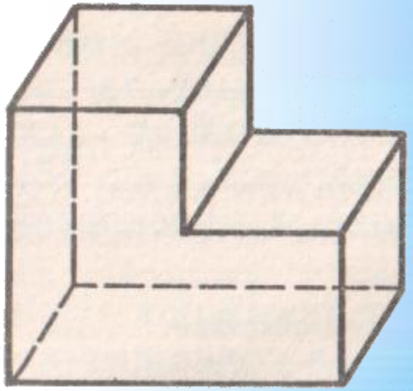
Составные многогранники





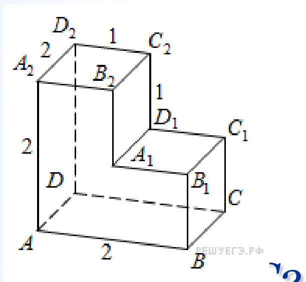
1. Нахождение расстояния между вершинами
2. Нахождение угла многогранника
3. Нахождение тангенса угла многогранника
4. Нахождение квадрата расстояния между вершинами
5. Нахождение площади поверхности
6. Нахождение объема
7. Нахождение объема пространственного креста
8. Нахождение числа граней

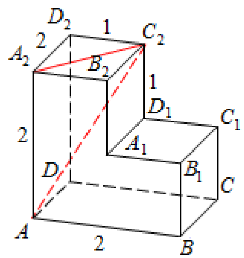




На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Найдите расстояние между вершинами A и C2 .

Решение





1. … C2

2. Рассмотрим прямоугольный треугольник A2D2C2 A2D2=2, D2C2=1, тогда A2C2=$\sqrt{(2^2+1^2)}$ =$\sqrt{5}$ (по теореме Пифагора)

3. Рассмотрим прямоугольный треугольник AA2C2, A2C2=$\sqrt{5}$, AA2=2, тогда AC2=3 (по теореме

Пифагора

Алгоритм.

1. Сделать дополнительно построение, получится прямоугольный треугольник
2. Найти недостающую сторону треугольника(по теореме Пифагора), рассмотрев другой треугольник
3. Рассмотреть построенный прямоугольный треугольник и найти расстояние между вершинами

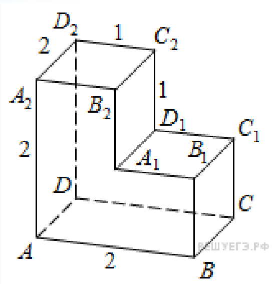
Формулы

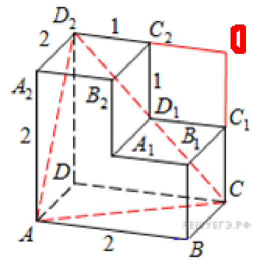
-

Тип 1

Найдите угол CAD2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.

Решение





1. Д.п. AD2, AB, CD2, C2O

2. Рассмотрим AA2D2, AD2=√8 (по т. Пифагора)

3. Рассмотрим ABC, AC=√8(по т. Пифагора)

4. Рассмотрим D2OC D2C= √8 (по т. Пифагора)

5. Т.к. AD2= AB=CD2= √8 , то ACD2- равносторонний, тогда угол A= угол C = угол D2=60

Алгоритм.

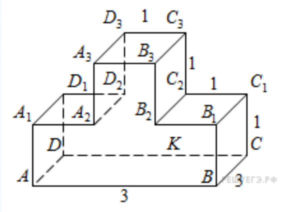
1. Делаем дополнительное построение так, чтобы нужный нам угол принадлежал треугольнику
2. Рассматриваем прямоугольной треугольник и находим одну сторону треугольника
3. Рассматриваем следующий прямоугольный треугольник и находим вторую сторону
4. Рассматриваем третий прямоугольный треугольник и находи третью сторону
5. Т.к все стороны равны, то получается, что треугольник равносторонний, а у него все углы равны

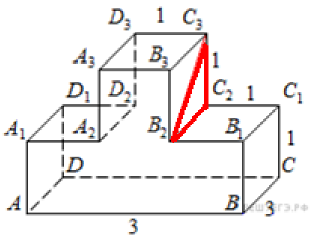
Формулы

-

На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Найдите тангенс угла C2C3B2

Решение





1. Д.п. C3B2

2. Рассмотрим прямоугольный треугольник C2C3B2. В нем tgC2C3B2=B2C2/C2C3, а B2C2=BC=3, C2C3=1, тогда tgC2C3B2=3

Алгоритм.

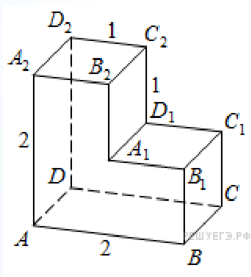
1. Сделать дополнительное построение, чтобы получился треугольник, в котором будет находится нужный нам угол
2. Рассмотреть данный прямоугольный треугольник и найти тангенс нужного угла

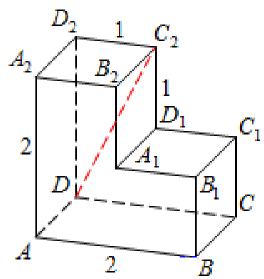
Формулы

1. Тангенс острого угла прямоугольного треугольника - это отношение противолежащего катета к прилежащему

Найдите квадрат расстояния между вершинами D и C2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.

Решение





1. Д.п. C2D

2. Рассмотрим прямоугольный треугольник C2DD2

DD2=AA2=2 C2D2=1, тогда $DC2^2 = 2^2 + 1 = 5$ (По теореме Пифагора)

Алгоритм.

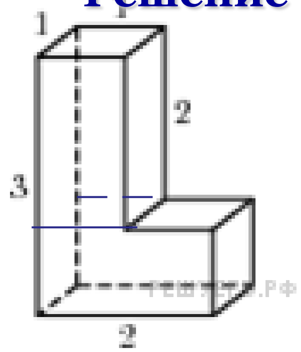
1. Сделать дополнительное построение, чтобы получился треугольник, одна сторона которого будет являться расстоянием между нужными вершинами
2. Рассмотреть прямоугольный треугольник и найти нужную сторону по теореме Пифагора

Формулы

-

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

Решение



1. Найдем площадь площади всех горизонтальных граней $S_1=2*1=2$, $S_2=1*1=1$, $S_3=1*1=1$

2. Найдем площадь всех передних и задних граней, разбив их на два прямоугольника $S_1=2*1=2$, $S_2=1*2=2$, $S_3=2*1=2$, $S_2=1*2=2$

3. Найдем площадь всех боковых граней $S_1=3*1=2$, $S_2=2*1=2$, $S_3=1*1=1$

3. Найдем сумму всех найденных площадей

$S=2+1+1+2+2+2+2+2+2+1=$

$=7*2+3=17$

Алгоритм.

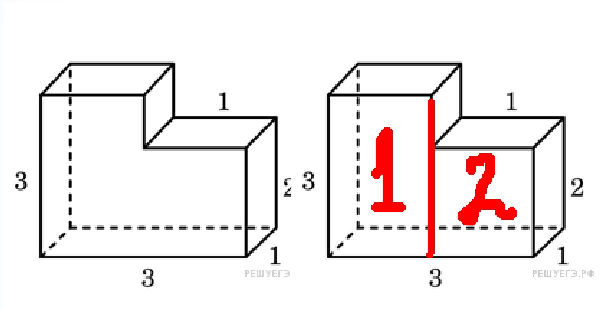
1. Найти площади всех горизонтальных граней многогранника, при необходимости разбивая их на прямоугольники
2. Найти площадь всех передних и задних граней многогранника, при необходимости разбивая их на прямоугольники
3. Найти площадь всех боковых граней многогранника, при необходимости разбивая их на прямоугольники
4. Найти сумму всех найденных площадей

Формулы.

$S=a*b$

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые)

Решение



1. Разделим данный многогранник на два параллелепипеда

*2.Находим объем первого параллелепипеда 3*1*2=6*

*3. Находим объем второго параллелепипеда 2*1*1=2*

4. Объем данного многогранника равен 6+2=8

Алгоритм.

1. Разделить многогранник на два прямоугольных параллелепипеда
2. Найти объем первого параллелепипеда
3. Найти объем второго параллелепипеда
4. Сложить их объемы

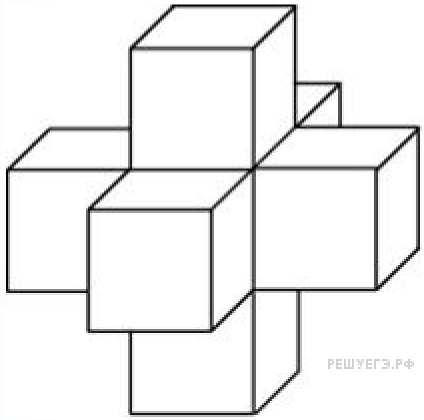
Формулы.

№1. V= а*в*с

Тип 6

Найдите объем пространственного креста, изображенного на рисунке и составленного из единичных кубов.

Решение



1. Разбив многогранник на кубы, получим 7 равных кубов (6 по краям и 1 между ними)

2. Найдем объем одного куба $V=1^3=1$

3. Умножить найденный объем на 7 $V=1*7=7$

Алгоритм.

1. Разбить многогранник на равные кубы
2. Найти объем одного куба
3. Умножить найденный объем на 7

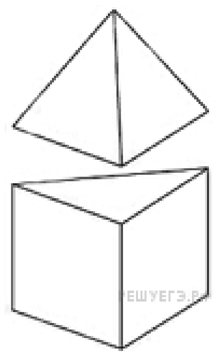
Формулы.

$V=a^3$

Тип 7

К правильной треугольной призме со стороной основания 1 приклеили правильную треугольную пирамиду с ребром 1 так, что основания совпали. Сколько граней у получившегося многогранника?

Решение

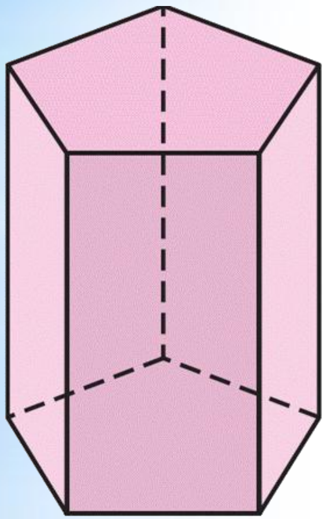


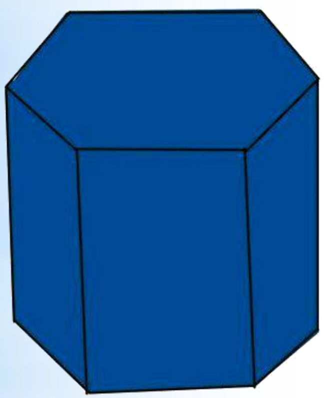
Т.к. в треугольной призме 5 граней, а в треугольной пирамиде 4 грани, но так как две грани совпадут, получаем: 5 + 4 − 2 = 7.

Алгоритм.

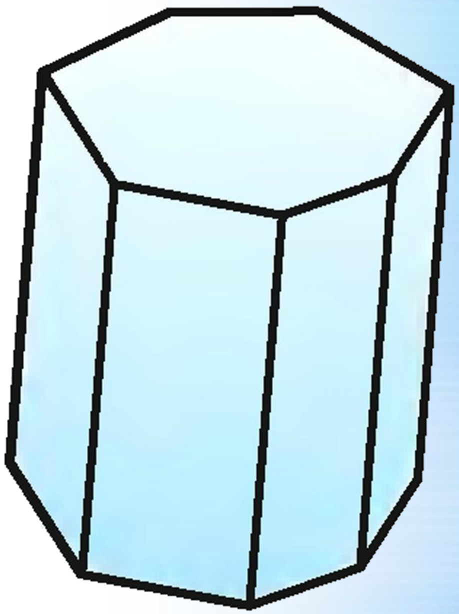
1. Сложить грани пирамиды и призмы и вычесть из их суммы две грани(т.к они совпадут при склеивании)

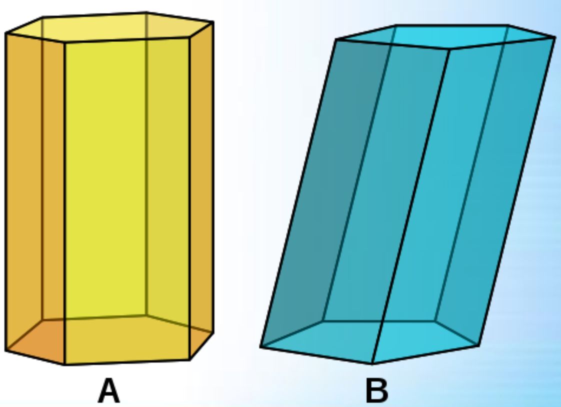
Призма





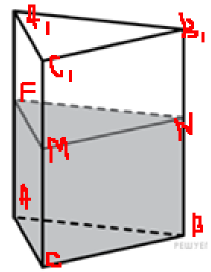
1. Нахождение объема детали
2. Нахождение площади боковой поверхности
3. Нахождение бокового ребра правильной четырехугольной призмы
4. Нахождение объема отсеченной треугольной призмы
5. Нахождение площади поверхности
6. Нахождение высоты призмы





В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 см³ воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. Найдите объем детали. Ответ выразите в см³ .

Решение



*1. Т.к. V=Sоснования*h, то начальный объем V=Sавс*h=2300, отсюда Sавс= V1/h1= =2300/25=92*

*2. V2= Sавс*h2*
*V2= 92*27=2484*

3. Т.к. V1=2300, V2=2484, то Vдетали = 2484-2300=184

Алгоритм.

1. В формулу № 1 подставить известные данные и найти площадь основания
2. Найти объем изначальной детали, подставив в формулу № 1 известные данные
3. Найти объем требуемой детали из V2 вычесть V1

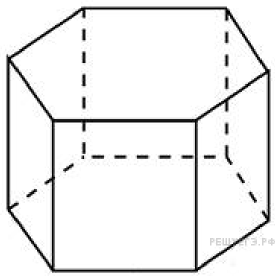
Формулы:

№1 V=Sоснования*h

Тип 1

Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота – 10.

Решение



1. *P основания= 5*6=30*
2. *S=30*10=300*

Алгоритм.

1. Найти периметр основания призмы
2. Найти площадь боковой поверхности, подставив известные данные в формулу № 1

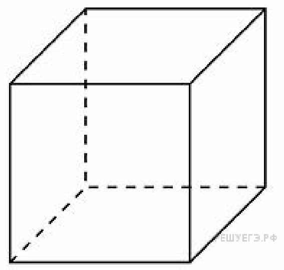
Формулы:

№1. S= P основания* h

Тип 2

Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если сторона ее основания равна 20, а площадь поверхности равна 1760.

Решение



1. *Т.к. $S=2a^2+4ah$, то*
$1706=2*20^2+4*20*h$
$h=12$

Алгоритм.

1. Подставить в формулу № 1 известные данные и решить полученное уравнение

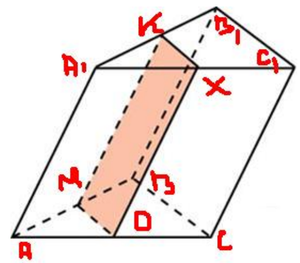
Формулы.

№1 $S=2a^2+4ah$

Тип 3

Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 32, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем отсеченной треугольной призмы.

Решение



1. *Т.к. МО- средняя линия, то МО<ВС в 2 раза, значит меньший треугольник (основание отсеченной призмы) имеет линейные размеры в 2 раза меньшие, чем исходный треугольник. Следовательно, площадь малого треугольника в 4 раза меньше площади исходного*
2. *Т. к Vотсеч.дет.= =¼*Sоснования*h, V1= Sоснования*h*
   V2=1/4V1, V2= 32/ 4= 8

Алгоритм.

1. Увидеть и доказать во сколько раз площадь малого треугольника меньше площади исходного
2. Составить уравнение для нахождения объема отсеченной детали и объема исходной призмы, пользуясь формулой № 1 , приравнять и найти чему равен объем отсеченной детали

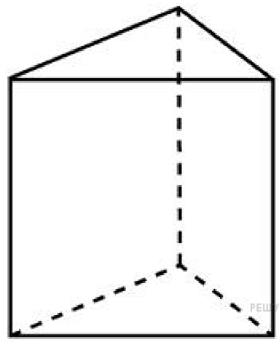
Формулы.

№1. V1=*Sоснования*h*

Тип 4

Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, высота призмы равна 10. Найдите площадь ее поверхности.

Решение



1. *Рассмотрим прямоугольный треугольник, который лежит в основании по теореме Пифагора находим, что гипотенуза равна 10*
2. *Ртреугольника=10+6+8=24*

   *Sтреугольника =(6*8)/2=24*
3. *S боковой поверхности =24*10=240*
4. *S полной поверхности = =2*24+240=288*

Алгоритм.

1. Найти недостающую сторону основания - прямоугольного треугольника по теореме Пифагора.
2. Найти площадь и периметр основания призмы.
3. Найти площадь боковой поверхности, по формуле № 1
4. Найти площадь полной поверхности по формуле № 2

Формулы.

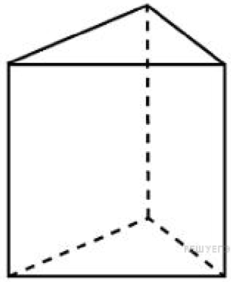
№1 S бок.поверх=Росновария*h, где h- высота.

№2Sполн.поверх.призмы=2*Sосно+ +Sбок.повер

Тип 5

Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Площадь ее поверхности равна 288. Найдите высоту призмы.

Решение



1. По теореме Пифагора найдем гипотенузу треугольника, лежащего в основании, она равна 10
2. Находим Pоснования= =6+8+10=24
3. Находим S основания = =(6*8)/2= 24
4. Т.к. Sпол.повер.=2Sоснов.+Ph

24h=288-48

24h=240

h=10

Алгоритм.

1. Найти недостающую сторону основания – прямоугольного треугольника по теореме Пифагора.
2. Найти периметр основания.
3. Находим площадь основания
4. Подставить данные и найденные значения в формулу № 1 и решить уравнение

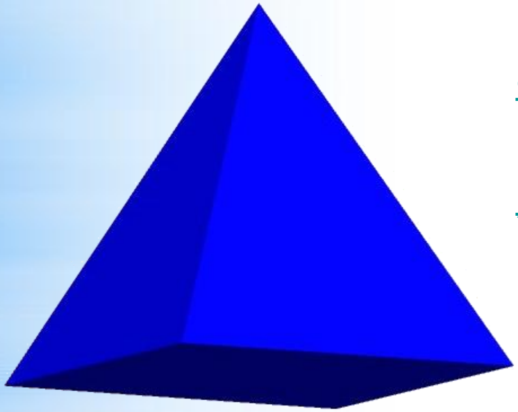
Формулы

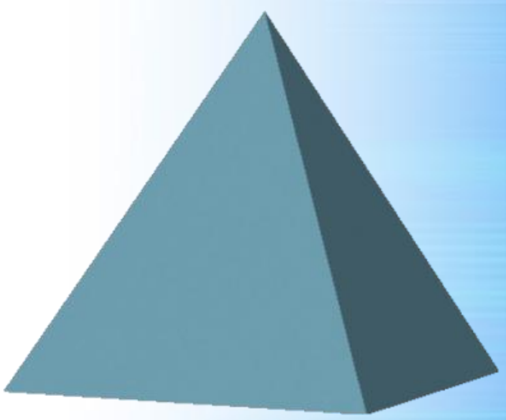
№1 Sполн.поверх.призмы=2*Sосно+ +Sбок.повер

Тип 6

Пирамида

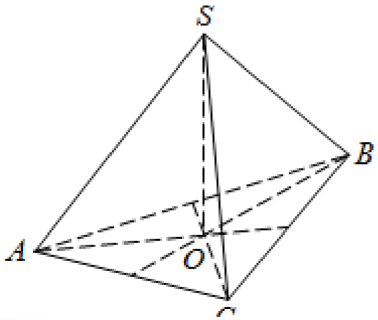
1. Нахождение длины отрезка
2. Нахождение бокового ребра
3. Нахождение площади боковой поверхности пирамиды
4. Нахождение объема треугольной пирамиды
5. Нахождение объема, если увеличивается высота
6. Нахождение объема шестиугольной пирамиды
7. Нахождение площади сечения





В правильной треугольной пирамиде SABC с вершиной S биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке O. Площадь треугольника ABC равна 2; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка OS.

Решение



1. *Отрезок OS – высота правильной треугольнйо пирамиды SABC, а V=1/3 * Sabc*SO,*

*тогда SO=(3V)/Sabc=(3*6)/2=9*

Алгоритм.

Воспользоваться формулой № 1 , выразив из нее нужный отрезок, и решить

полученное уравнение

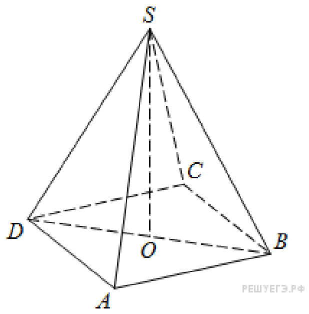
Формулы.

№1. *V=1/3 * Sоснования*h*

Тип 1

В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O – центр основания, S – вершина, SB=13 , AC=24 . Найдите боковое ребро SA.

Решение



1. *Т.к. SABCD-правильная, то SD=SC=SB=SA, SO-высота*
2. *Т.к. в треугольнике SOB угол O=90^0 SO=15, OB=OD=8, то SB=17 (по теореме Пифагора)*

Алгоритм.

1. Вспомнить, что в основании правильной пирамиды лежит квадрат, а высота соединяет вершину с центром основания
2. Рассмотреть прямоугольный треугольник, стороной которого является высота, и найти боковое ребро по теореме Пифагора

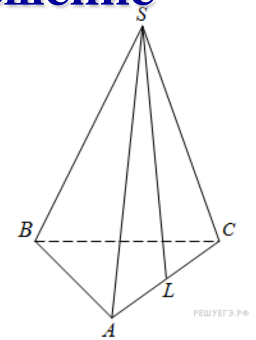
Формулы.

-

Тип 2

В правильной треугольной пирамиде SABC точка L — середина ребра AC, S — вершина. Известно, что BC = 6, а SL = 5. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Решение



1. Т.к. SABC- правильная пирамида, то ASC- равносторонний, а AL=LC, значит SL - апофема, т.е. перпендикулярна AC

2. Т.к. S бок = (P_{ABC} * *SL*)/2, а P_{ABC} =3*6=18.

тогда S бок =(18*5)/2=45

Алгоритм.

1. Доказать, что *SL перпендикулярна AC*
2. Пользуясь формулой № 1 найти площадь боковой поверхности

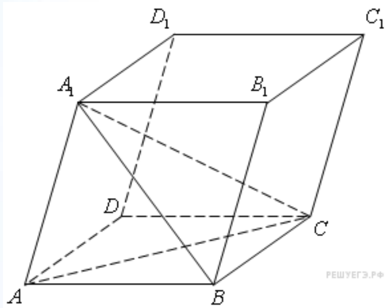
Формулы.

№1 S боковой поверхности правильной пирамиды = =(P основания* апофему)/2,

Тип 3

Объем параллелепипеда ABCDA1B1C1D1 равен 9. Найдите объем треугольной пирамиды ABCA1

Решение



*1.Т.к.Vпараллелепипеда=S_{ABCD}*h, а*
*Vпирамиды=1/3*S_{ABC}*h , где*
*S_{ABC}=1/2*AB*AC*
*2. V/V2= (S_{ABCD}*h)/(1/3*1/2*Sabcd*h)=6*
и V2=9/6=1.5

Алгоритм.

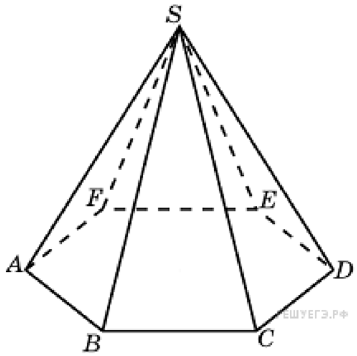
1. Записать объем параллелепипеда и объем пирамиды, пользуясь формулами № 1 и №2 с общей высотой
2. Разделить объем параллелепипеда на объем пирамиды и найти объем пирамиды

Формулы.

*№1 Vпараллелепипеда=S основания*h*
*№2 Vпирамиды=1/3*S основания*h*

Во сколько раз увеличится объем пирамиды, если ее высоту увеличить в четыре раза?

Решение



1. Т.к $V=1/3*S*h$, то при увеличении высоты в 4 раза получаем $V_1 =1/3*S*4h=4*1/3*S*h=4*V$, т.е объем увеличится в 4 раза

Алгоритм.

1. Зная формулу объема пирамиды №1 , установить, что при увеличении высоты в х раз объем также увеличится в х раз

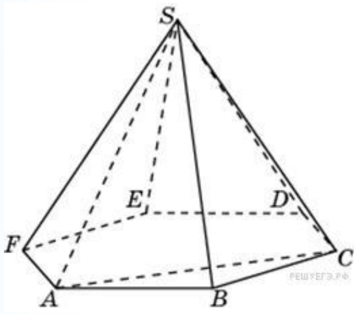
Формулы.

№1 $V=1/3*S*h$

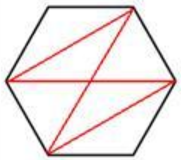
Тип 5

Объем треугольной пирамиды SABC, являющейся частью правильной шестиугольной пирамиды SABCDEF, равен 21. Найдите объем шестиугольной пирамиды.

Решение



1. В правильном 6-угольнике сторона равна радиусу описанной окружности, поэтому $S_{ABCDEF}=6S_{ABC}$



2. Высота у этих пирамид общая, то $V_{ABCDEF}= 6V_{ABC}$, т.е. $V_{ABCDEF}= 6*21=126$

Алгоритм.

1. Найти во сколько раз площадь основания треугольной пирамиды меньше площади основания шестиугольной пирамиды, пользуясь формулой № 1
2. Найти во сколько раз объем шестиугольной пирамиды больше чем треугольной

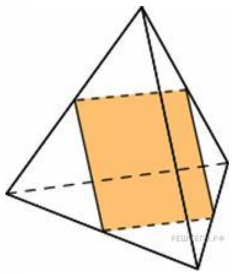
Формулы.

*№1 . V=1/3*S*h*

Тип 6

Ребра тетраэдра равны 1. Найдите площадь сечения, проходящего через середины четырех его ребер.

Решение



1. Т.к. все ребра тетраэдра равны 1 (по условию), т о он правильный, следовательно каждая его грань представляет собой равносторонний треугольник. Тогда сечение, показанное на рисунке, является квадратом со стороной 0,5, так как каждая его сторона есть средняя линия соответствующего треугольника. Таким образом, площадь сечения

равна 0,5*0,5=0,25.

Алгоритм.

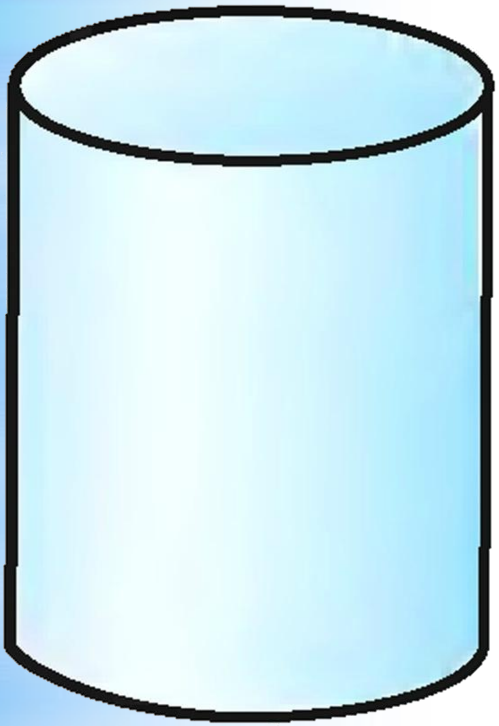
1. Доказать, что сечение это квадрат, и найти его сторону, а затем и площадь сечения

Формулы.

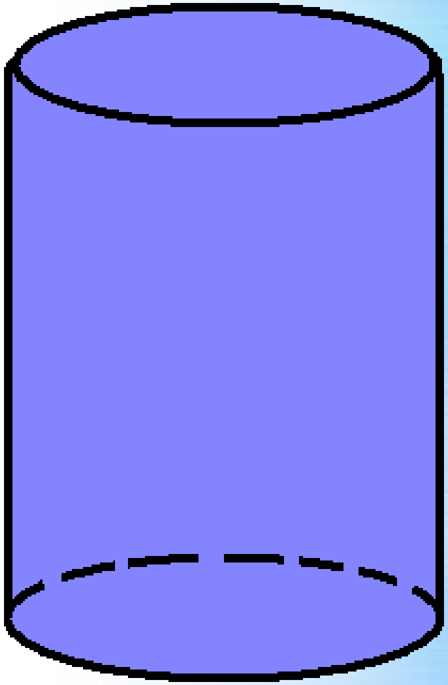
-

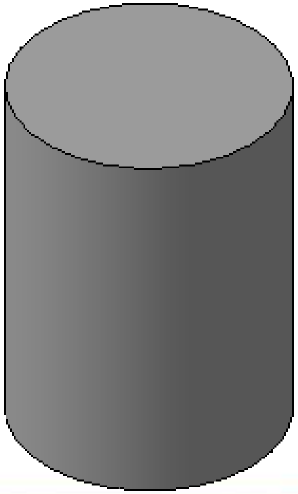
Тип 7

Цилиндр



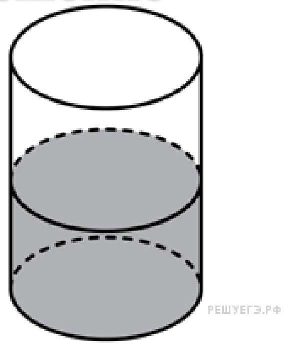
1. Нахождение объема детали
2. Нахождение высоты цилиндра
3. Нахождение объема второго цилиндра
4. Нахождение площади боковой поверхности цилиндра
5. Нахождение отношения объема цилиндров





В цилиндрический сосуд налили 2000 $см^3$ воды. Уровень воды при этом достигает высоты 12 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в $см^3$.

Решение



1. Т.к. V=Sоснования*h.

Sоснования= 2000/12= =500/3

2. Vцилиндра= 500/3* 21=500*7=3500

3. V= 3500-2000= 1500

Алгоритм.

1. Пользуясь формулой № 1 найти площадь основания
2. Находим объем цилиндра, полностью заполненного водой
3. Находим объем детали, вычитая из найденного данный объем

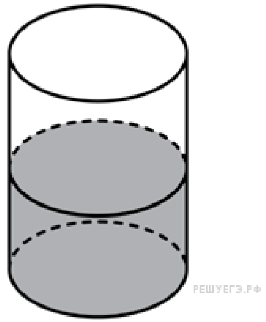
Формулы.

№1. V=Sоснования*h.

Тип 1

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй сосуд, диаметр которого в 2 раза больше первого? Ответ выразите в см.

Решение



1. Т.к. Sосн.= П*(d/2)²=(П*d²)/4, то если d увеличится в 2 раза Sосн.2= П*(2d)², т.е. увеличивается в 4 раза :
   S осн.2=4Sосн.
   h2*4Sосн. =h*Sосн.
   h2=16/4=4

Алгоритм.

1. Найти чему равна площадь основания при увеличении диаметра, найти во сколько раз увеличивается площадь основания. Решить уравнение

Формулы.

-

Тип 2

Объем первого цилиндра равен 12 м3. У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания — в два раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.

Решение

1. *Выражаем объем первого цилиндра*

*V=П*R²*h*

2. *Выражаем объем второго цилиндра*

*V2=(3/4П*R²)*h*

3. Т.к. *V=П*R²*h, а V2=(3/4П*R²)*h.*

Мы видим что V2 в ¾ раз отличается от V, тогда

*V2= 3\4 *12=9*

Алгоритм.

1. Выражаем объем первого цилиндра по формуле №1
2. Выражаем объем второго цилиндра по формуле №1
3. Сравниваем объемы, подставляем известные данные и находим объем второго цилиндра.

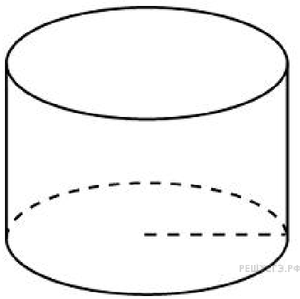
Формулы.

*№1.V=П*R²*h*

Тип 3

Радиус основания цилиндра равен 2, высота равна 3. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на Пи.

Решение



1. *Площадь боковой поверхности цилиндра S=2ПrH, поэтому S=2П*2*3=12П*
2. *12П/П=12*

Алгоритм.

1. *Воспользовавшись формулой №1, найти площадь боковой поверхности цилиндра*
2. *Разделить найденную площадь на Пи*

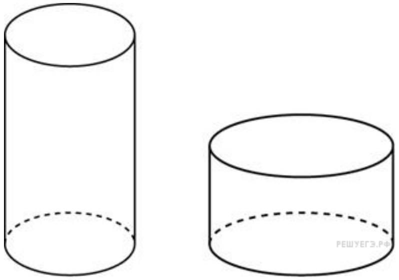
Формулы.

№1. *S=2Пrh*

Тип 4

Одна цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в полтора раза шире. Найдите отношение объема второй кружки к объему первой.

Решение



1. Обозначим площадь и высоту второй кружки за S2 и V2,
2. Тогда объем первой кружки $V1=S1H1=ПR1^2H1=П(2/3R2)^2 2H2=8/9V2$
3. $V2/V1=9/8=1.125$

Алгоритм.

1. Ввести обозначения для объема и площади второй кружки
2. Воспользовавшись формулой №1 найти V1
3. Составить отношение объема второй кружки к объему первой

Формулы:

№1. S=2ПrH

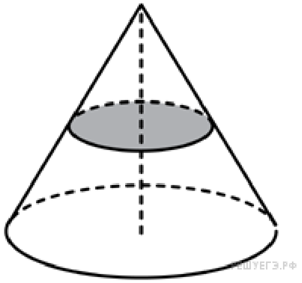
Тип 5

Конус

1. Нахождение объема меньшего конуса
2. Нахождение объема конуса, при изменении радиуса основания
3. Нахождение объема конуса, при изменении высоты
4. Нахождение образующей конуса
5. Нахождение диаметра основания конуса
6. Нахождение высоты конуса
7. Задачи на переливание жидкости

Объем конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.

Решение



1. *Меньший конус подобен большему с коэффициентом 0,5.*
2. *Объемы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому объем меньшего конуса в восемь раз меньше объема большего конуса.*

$0{,}5^3 = 0{,}125$

Алгоритм.

1. *Доказать что конусы подобны и найти коэффициент подобия*
2. *Возвести коэффициент подобия в третью степень*

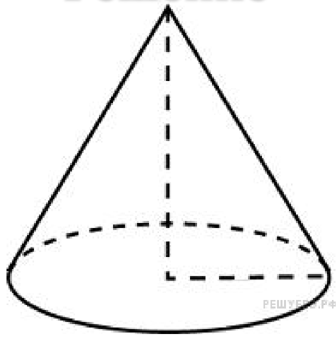
Формулы.

-

Тип 1

Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 1,5 раза?

Решение



1. Объем конуса равен

$V=1/3Sh=1/3\Pi r^2h$, где S – площадь основания, а h – высота конуса, r – радиус основания. При увеличении радиуса основания в 1.5 раз $V2=1/3h*\Pi(1,5)^2r^2=(1,5)^2*V1=2,25V1$, объем увеличится в 2.25

Алгоритм.

1. Подставить в формулу № 1 известные данные и решить полученное уравнение

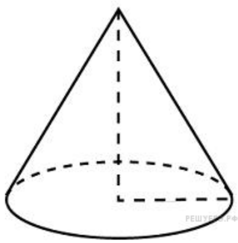
Формулы.

№1. $V=1/3Sh=1/3\Pi r^2h$

Тип 2

Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 3 раза?

Решение



1. *$V=1/3Sh=1/3\Pi r^2h$, если высота уменьшается в 3 раза, а радиус остается прежним, то объем конуса будет равен:*
$V2=1/3*h/3*\Pi*r^2=1/3V1$, т.е объем уменьшится в три раза

Алгоритм.

1. *Подставить в формулу № 1 известные данные и решить полученное уравнение*

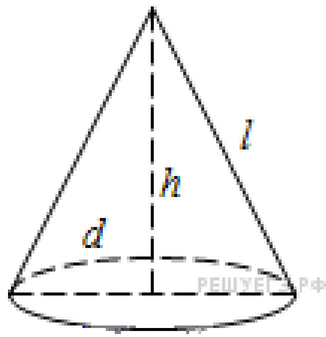
Формулы.

№1. $V=1/3Sh=1/3\Pi r^2h$

Тип 3

Высота конуса равна 4, а диаметр основания — 6. Найдите образующую конуса

Решение



1. Рассмотрим осевое сечение конуса.
2. По теореме Пифагора

$l=\sqrt{(16+36/4)}=\sqrt{25}=5$

Алгоритм.

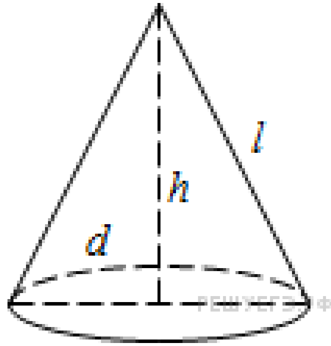
1. Рассмотреть осевое сечение конуса
2. Применить теорему Пифагора к треугольнику, образованному высотой, образующей и радиусом основания

Формулы.

-

Высота конуса равна 4, а длина образующей — 5. Найдите диаметр основания конуса.

Решение



1.Радиус основания конуса, его высота и образующая связаны соотношением $r^2+h^2=l^2$. В нашем случае $r^2+4^2=25$, поэтому $r=3$.

2. Следовательно, диаметр основания конуса равен 6.

Алгоритм.

1. Найти радиус по формуле № 1

2. Найти диаметр

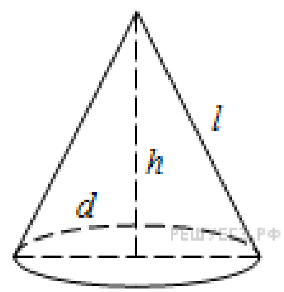
Формулы.

$r^2+h^2=l^2$

Тип 5

Диаметр основания конуса равен 6, а длина образующей — 5. Найдите высоту конуса.

Решение



1.Рассмотрим осевое сечение конуса.

2. По теореме Пифагора

$h=\sqrt{l^2-(d/2)^2}=\sqrt{25-9}=4$

.

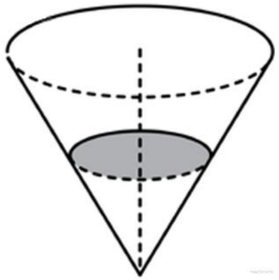
Алгоритм.

1. Рассмотреть осевое сечение конуса
2. Применить теорему Пифагора к треугольнику, образованному высотой, образующей и радиусом основания

Тип 6

В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает 1/2 высоты. Объём жидкости равен 70 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?

Решение



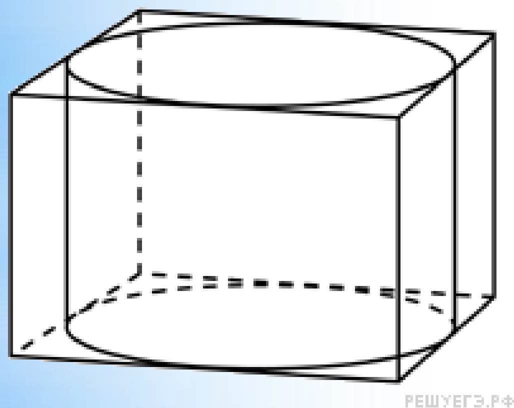
1. Меньший конус подобен большему с коэффициентом 0,5.
2. Объемы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому объем большего конуса в 8 раз больше объема меньшего конуса,
3. Объем большего конуса равен 560 мл.
4. Следовательно, необходимо долить 560 – 70 = 490 мл жидкости.

Алгоритм.

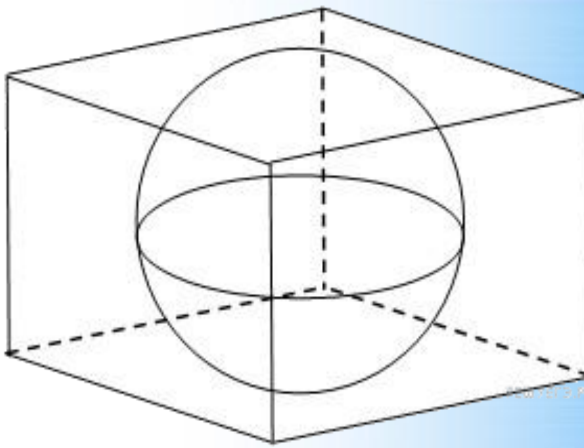
1. Найти коэффициент подобия конусов
2. Найти во сколько раз объем большего конуса больше меньшего
3. Найти объем большего конуса
4. Из объема большего конуса вычесть объем жидкости

Тип 7

Комбинации тел

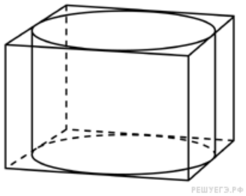


1. Нахождение объема параллелепипеда
2. Нахождение высоты цилиндра
3. Нахождение объема куба
4. Нахождение объема цилиндра
5. Нахождение объема конуса



Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда.

Решение



1. Так как параллелепипед описан вокруг цилиндра, то в основании параллелепипеда лежит квадрат со стороной равной диаметру цилиндра, т.е. d=2R=3 .
2. Тогда площадь квадрата (основания) будет равна $d^2=9$
3. Тогда объем 9*1,5=13,5

.

Алгоритм

1.Найти диаметр

2. Найти площадь

3. Найти объем

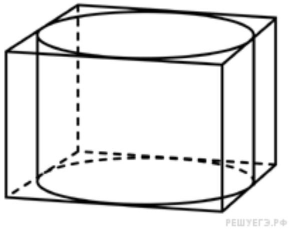
Формулы

-

Тип 1

Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 4. Объем параллелепипеда равен 16. Найдите высоту цилиндра.

Решение



1. Высота параллелепипеда равна высоте вписанного в него цилиндра. Основанием параллелепипеда является квадрат, сторона которого в два раза больше радиуса вписанной в него окружности. Поэтому сторона основания равна 8, а площадь основания равна 64. Тогда высо-та цилиндра равна

H=Vпар/Sосн=16/64=0.25

Алгоритм

1. Воспользоваться формулой № 1 и решить полученное выражение

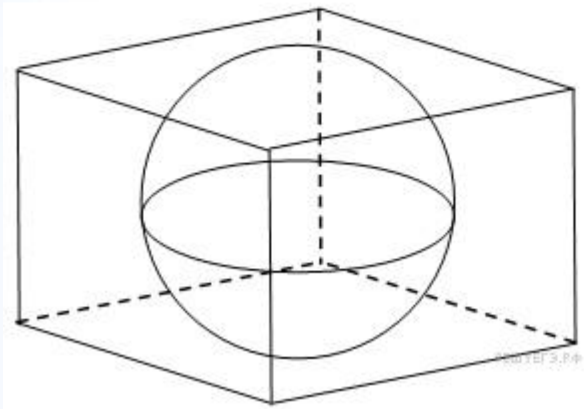
Формулы

№1. H=Vпар/Sосн

Тип 2

В куб вписан шар радиуса 1. Найдите объем куба.

Решение



1. *Ребро куба равно диаметру вписанного в него шара, диаметр равен 1+1=2*
2. *$V=2^3=8$*

Алгоритм

1.Найти диаметр вписанного шара

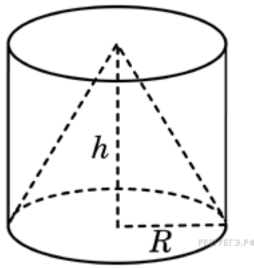
2. Воспользовавшись формулой № 1 найти объем

Формулы

№1. $V=a^3$

Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 25.

Решение



1.Т.к. Vцилиндра=Sоснования*h,

Vконуса= 1/3Sоснования*h,

*Поскольку они имеют общее основание и высоту, объем цилиндра в три раза больше объема конуса. 25*3=75*

Алгоритм

1. Из формул №1 и №2 и исходных данных находим объем цилиндра

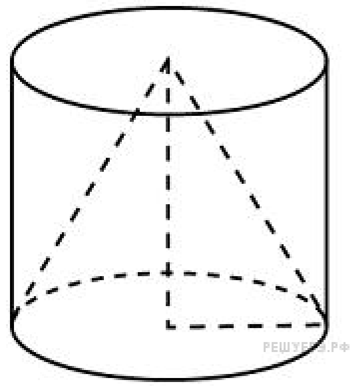
Формулы

№1 Vцилиндра=Sоснования*h

№2 Vконуса= 1/3Sоснования*h

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Найдите объем конуса, если объем цилиндра равен 150.

Решение



1.Объем конуса равен $V=1/3*S*h$, где S — площадь основания, а h — высота конуса. Объем цилиндра равен $V=S*h$ и, как видно, в 3 раза больше объема конуса. Поэтому объем конуса равен 50.

Алгоритм

1. Из формул №1 и № 2 находим во сколько раз один объем больше другого и находим нужный объем

Формулы

№1 $V=1/3*S*h$

№2$V=S*h$

Тип 5