

Приложение №5
к основной образовательной
программе среднего
общего образования,
утвержденной приказом
от 28.05.2020г. №127/п

Рабочая программа
Учебный предмет: Математика
10-11 класс

Уровень образования: среднее общее

Планируемые результаты освоения учебного предмета

Базовый уровень

Для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики (1-й уровень планируемых результатов), выпускник **научится**, а также **получит возможность научиться** для развития мышления (2-й уровень планируемых результатов, выделено курсивом):

Модуль «Алгебра и начала математического анализа»

Элементы теории множеств и математической логики

- Оперировать¹ понятиями: конечное множество, бесконечное множество, числовые множества на координатной прямой, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, отрезок, интервал, *промежуток с выколотой точкой*, *графическое представление множеств на координатной плоскости*;
- *проверять принадлежность элемента множеству, заданному описанием*;
- находить пересечение и объединение двух, *нескольких* множеств, представленных графически на числовой прямой, *на координатной плоскости*;
- строить на числовой прямой подмножество числового множества, заданное простейшими условиями;
- оперировать понятиями: утверждение (высказывание), отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- распознавать ложные утверждения, ошибки в рассуждениях, в том числе с использованием контрпримеров;
- *проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.*

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- использовать числовые множества на координатной прямой и *на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений*;
- проводить логические, *доказательные* рассуждения в ситуациях повседневной жизни, *при решении задач из других предметов.*

Числа и выражения

- Оперировать понятиями: натуральное и целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, иррациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, масштаб;
- оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, *радианная* и градусная мера угла, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, *числа e и π* ;
- выполнять арифметические действия с целыми и рациональными числами, сочетая устные и письменные приёмы, применяя при необходимости вычислительные устройства;
- сравнивать рациональные числа между собой; сравнивать с рациональными числами значения целых степеней чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел в простых случаях;
- выполнять несложные преобразования числовых выражений, содержащих степени чисел, корни из чисел, логарифмы чисел; *находить значения корня натуральной степени*,

¹ Здесь и далее:

на 1-м уровне — знать определение понятия, уметь пояснять его смысл, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, решении задач;

на 2-м уровне — распознавать конкретные примеры общих понятий по характерным признакам, выполнять действия в соответствии с определением и простейшими свойствами понятий, конкретизировать примерами общие понятия.

степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;

- пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах;
- изображать точками на координатной прямой целые и рациональные числа; целые степени чисел, корни натуральной степени из чисел, логарифмы чисел в простых случаях;
- выполнять несложные преобразования целых и дробно-рациональных буквенных выражений;
- выражать в простейших случаях из равенства одну переменную через другие;
- вычислять в простых случаях значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- *проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические формулы;*
- *находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;*
- изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах;
- оценивать знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса конкретных углов; *использовать при решении задач табличные значения тригонометрических функций углов;*
- *выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно.*

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;
- соотносить реальные величины, характеристики объектов окружающего мира с их конкретными числовыми значениями;
- использовать методы округления и прикидки при решении практических задач повседневной жизни;
- *оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира.*

Уравнения и неравенства

- Решать линейные уравнения и неравенства, квадратные уравнения;
- решать логарифмические и показательные уравнения вида $\log_a(bx + c) = d$, $a^{bx+c} = d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a) и неравенства вида $\log_a x < d$, $a^x < d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a);
- приводить несколько примеров корней тригонометрического уравнения вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, где a — табличное значение соответствующей тригонометрической функции;
- *решать несложные рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и их системы, простейшие иррациональные уравнения и неравенства;*
- *использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных;*
- *использовать графический метод для приближённого решения уравнений и неравенств;*
- *изображать на тригонометрической окружности множество решений тригонометрических уравнений и неравенств.*

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении несложных практических задач и задач из других учебных предметов;
- *использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач;*

- *интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи.*

Функции

- Оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание и убывание функции на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значения функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, *чётная и нечётная функции*;
- оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;
- распознавать графики функций прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической, показательной и тригонометрических функций и соотносить их с формулами, которыми они заданы;
- находить по графику приближённо значения функции в заданных точках;
- определять по графику свойства функции (нули, промежутки знакопостоянства, промежутки монотонности, наибольшие и наименьшие значения и т. п.);
- строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведённому набору условий (промежутки возрастания и убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, *асимптоты, нули функции и т. д.*);
- *определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;*
- *строить графики изученных функций;*
- *решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графики.*

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- определять по графикам и *использовать для решения прикладных задач* свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, *асимптоты*, период и т. п.), интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;
- *определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и т. п. (амплитуда, период и т. п.).*

Элементы математического анализа

- Оперировать понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;
- определять значение производной функции в точке по изображению касательной к графику, проведённой в этой точке;
- *вычислять производную одночлена, многочлена, квадратного корня, производную суммы функций;*
- *вычислять производные элементарных функций и их комбинаций, используя справочные материалы;*
- решать несложные задачи на применение связи между промежутками монотонности и точками экстремума функции, с одной стороны, и промежутками знакопостоянства и нулями производной этой функции — с другой;
- *исследовать функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простых рациональных функций с использованием аппарата математического анализа.*

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- пользуясь графиками, сравнивать скорости возрастания (роста, повышения, увеличения и т. п.) или скорости убывания (падения, снижения, уменьшения и т. п.) величин в реальных процессах;
- соотносить графики реальных процессов и зависимостей с их описаниями, включающими характеристики скорости изменения (быстрый рост, плавное понижение и т. п.);
- использовать графики реальных процессов для решения несложных прикладных задач, в том числе определяя по графику скорость хода процесса;
- *решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т. п., интерпретировать полученные результаты.*

Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика

- Оперировать основными описательными характеристиками числового набора: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения;
- оперировать понятиями: частота и вероятность события, случайный выбор, опыты с равновероятными элементарными событиями;
- вычислять вероятности событий на основе подсчёта числа исходов;
- *иметь представление: о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин; о математическом ожидании и дисперсии случайных величин; о нормальном распределении и примерах нормально распределённых случайных величин;*
- *понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;*
- *иметь представление об условной вероятности и о полной вероятности, применять их в решении задач;*
- *иметь представление о важных частных видах распределений и применять их в решении задач;*
- *иметь представление о корреляции случайных величин, о линейной регрессии.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- оценивать, сравнивать и *вычислять* в простых случаях вероятности событий в реальной жизни;
- читать, сопоставлять, сравнивать, интерпретировать в простых случаях реальные данные, представленные в виде таблиц, диаграмм, графиков;
- *выбирать подходящие методы представления и обработки данных;*
- *решать несложные задачи на применение закона больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях.*

Текстовые задачи

- Решать несложные текстовые задачи разных типов, *решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;*
- *выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;*
- анализировать условие задачи, строить для её решения математическую модель, *проводить доказательные рассуждения;*
- понимать и использовать для решения задачи информацию, представленную в виде текстовой и символьной записи, схем, таблиц, диаграмм, графиков, рисунков;
- действовать по алгоритму, содержащемуся в условии задачи;
- использовать логические рассуждения при решении задачи;
- работать с избыточными условиями, выбирая из всей информации данные, необходимые для решения задачи;

- осуществлять несложный перебор возможных решений, выбирая из них оптимальное по критериям, сформулированным в условии;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- решать задачи на расчёт стоимости покупок, услуг, поездок и т. п.;
- решать несложные задачи, связанные с долевым участием во владении фирмой, предприятием, недвижимостью;
- решать задачи на простые проценты (системы скидок, комиссии) и на вычисление сложных процентов в различных схемах вкладов, кредитов и ипотек;
- решать практические задачи, требующие использования отрицательных чисел: на определение температуры, положения на временной оси (до нашей эры и после), глубины/высоты, на движение денежных средств (приход/расход) и т. п.;
- использовать понятие масштаба для нахождения расстояний и длин на картах, планах местности, планах помещений, выкройках, при работе на компьютере и т. п.;
- *решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;*
- *анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;*
- *переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.*

История и методы математики

- Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;
- приводить примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей; *представлять вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;*
- понимать роль математики в развитии России;
- применять известные методы при решении стандартных и нестандартных математических задач; *использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;*
- замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности и на их основе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира, а также произведений искусства;
- *применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.*

По разделам учебника и классам

10 класс

Степень с действительным показателем

- Находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
- переводить бесконечную периодическую дробь в обыкновенную дробь;
- приводить примеры (давать определение) арифметических корней натуральной степени;
- применять правила действий с радикалами, выражениями со степенями с рациональным показателем при вычислениях и преобразованиях выражений;
- *доказывать тождества, содержащие корень натуральной степени и степени с любым действительным показателем, применяя различные способы;*
- *применять умения преобразовывать выражения и доказывать тождества при решении сложных задач.*

Степенная функция

- По графикам степенных функций (в зависимости от показателя степени) описывать их свойства (монотонность, ограниченность, чётность, нечётность);
- строить схематически график степенной функции в зависимости от принадлежности показателя степени (в аналитической записи рассматриваемой функции) к одному из рассматриваемых числовых множеств (при показателях, принадлежащих множеству целых чисел, при любых действительных показателях) и перечислять её свойства;
- определять, является ли функция обратимой;
- приводить примеры степенных функций (заданных с помощью формулы или графика) обладающих заданными свойствами (например, ограниченности), разъяснять смысл перечисленных свойств;
- анализировать поведение функций на различных участках области определения;
- распознавать равносильные преобразования, преобразования, приводящие к уравнению-следствию;
- решать простейшие иррациональные уравнения;
- распознавать графики и строить графики степенных функций, *используя графопостроители*;
- изучать свойства функций по их графикам;
- *формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих степенные функции, и проверять их*;
- *выполнять преобразования графиков степенных функций: параллельный перенос*;
- *применять свойства степенной функции при решении прикладных задач.*

Показательная функция

- По графикам показательной функции описывать её свойства (монотонность, ограниченность);
- приводить примеры показательной функции (заданной с помощью формулы или графика) обладающей заданными свойствами (например, ограниченности), разъяснять смысл перечисленных свойств;
- анализировать поведение функций на различных участках области определения;
- решать простейшие показательные уравнения, неравенства и их системы;
- решать показательные уравнения методом разложения на множители, способом замены неизвестного, с использованием свойств функции, решать уравнения, сводящиеся к квадратным;
- *решать показательные уравнения, применяя различные методы.*
- распознавать графики и строить график показательной функции, *используя графопостроители*, изучать свойства функции по графикам;
- *формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих показательную функцию, и проверять их*;
- *выполнять преобразования графика показательной функции: параллельный перенос, растяжение (сжатие) вдоль оси ординат*;
- *применять свойства показательной функции при решении прикладных задач.*

Логарифмическая функция

- Выполнять простейшие преобразования логарифмических выражений с использованием свойств логарифмов, с помощью формул перехода;
- по графику логарифмической функции описывать её свойства (монотонность, ограниченность);
- приводить примеры логарифмической функции (заданной с помощью формулы или графика), обладающей заданными свойствами (например, ограниченности), разъяснять смысл перечисленных свойств;

- решать простейшие логарифмические уравнения, логарифмические неравенства и системы;
- *решать логарифмические уравнения, применяя различные методы.*
- распознавать графики и строить график логарифмической функции, *используя графопостроители*, изучать свойства функции по графикам;
- *выполнять преобразования графика логарифмической функции: параллельный перенос.*
- *применять свойства логарифмической функции при решении прикладных задач.*

Тригонометрические формулы

- Переводить градусную меру в радианную и обратно.
- находить на окружности положение точки, соответствующей данному действительному числу;
- находить знаки значений синуса, косинуса, тангенса числа;
- выявлять зависимость между синусом, косинусом, тангенсом одного и того же угла. применять данные зависимости для доказательства тождества;
- применять при преобразованиях и вычислениях формулы связи тригонометрических функций углов α и $-\alpha$, формулы сложения, формулы двойных и половинных углов, формулы приведения;
- *доказывать тождества, применяя различные методы, используя все изученные формулы;*
- *применять все изученные свойства и формулы при решении прикладных задач.*

Тригонометрические уравнения

- Находить арксинус, арккосинус, арктангенс действительного числа, грамотно формулируя определение.
- применять формулы для нахождения корней уравнений $\cos x = a$, $\sin x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.
- уметь решать тригонометрические уравнения: линейные относительно синуса, косинуса, тангенса угла (числа), сводящиеся к квадратным и другим алгебраическим уравнениям после замены неизвестного, сводящиеся к простейшим тригонометрическим уравнениям после разложения на множители.
решать однородные (первой и второй степени) уравнения относительно синуса и косинуса, а также сводящиеся к однородным уравнениям. *Использовать метод вспомогательного угла. Применять метод предварительной оценки левой и правой частей уравнения.*
- *уметь применять несколько методов при решении уравнения.*
- *применять все изученные свойства и способы решения тригонометрических уравнений и неравенств при решении прикладных задач.*

11 класс

Тригонометрические функции

- По графикам функций описывать их свойства (монотонность, ограниченность, чётность, нечётность, периодичность).
- *изображать графики сложных функций с помощью графопостроителей, описывать их свойства.*
- решать простейшие тригонометрические неравенства, используя график функции.
- распознавать графики тригонометрических функций.
- строить графики элементарных функций, *используя графопостроители*, изучать свойства элементарных функций по их графикам, формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих элементарные функции, и проверять их;
- *выполнять преобразования графиков элементарных функций: параллельный перенос, растяжение (сжатие) вдоль оси ординат.*

Производная и её геометрический смысл

- Приводить примеры монотонной числовой последовательности, имеющей предел.
- вычислять пределы последовательностей;
- выяснять, является ли последовательность сходящейся;
- приводить примеры функций, являющихся непрерывными, имеющих вертикальную, горизонтальную асимптоту, находить асимптоты;
- определять по графику функции промежутки непрерывности и точки разрыва, если такие имеются;
- *уметь доказывать непрерывность функции;*
- находить угловой коэффициент касательной к графику функции в заданной точке;
- *записывать уравнение касательной к графику функции, заданной в точке;*
- находить мгновенную скорость движения материальной точки;
- находить производные элементарных функций;
- находить производные суммы, произведения и частного двух функций, *производную сложной функции $y = f(kx + b)$;*
- *применять понятие производной при решении задач.*

Применение производной к исследованию функций

- Находить промежутки возрастания и убывания функции;
- находить точки минимума и максимума функции;
- находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке;
- *находить наибольшее и наименьшее значения функции;*
- находить вторую производную и ускорение процесса, *описываемого с помощью формулы;*
- *исследовать функцию с помощью производной и строить её график.*
- *применять производную при решении текстовых задач.*

Первообразная и интеграл

- Вычислять приближённое значение площади криволинейной трапеции;
- находить первообразные функций: $y = x^p$, где $p \in \mathbb{R}$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$;
- находить первообразные функций: $f(x) + g(x)$, $kf(x)$ и $f(kx + b)$;
- вычислять площади криволинейной трапеции с помощью формулы Ньютона—Лейбница.
- *вычислять площадь криволинейной трапеции с помощью интеграла.*

Комбинаторика

- Применять правило произведения при выводе формулы числа перестановок;
- *создавать математические модели для решения комбинаторных задач с помощью подсчёта числа размещений, перестановок и сочетаний;*
- применять формулу бинома Ньютона;
- *при возведении бинома в натуральную степень находить биномиальные коэффициенты при помощи треугольника Паскаля.*

Элементы теории вероятностей

- Приводить примеры случайных, достоверных и невозможных событий;
- знать определения суммы и произведения событий;
- знать определение вероятности события в классическом понимании;
- приводить примеры несовместных событий.
- находить вероятность суммы несовместных событий;
- *иметь представление о независимости событий и находить вероятность совместного наступления таких событий;*

- *находить статистическую вероятность событий в опыте с большим числом в испытании;*
- *иметь представление о законе больших чисел.*

Модуль «Геометрия»

- оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;
- распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб) и тел вращения (конус, цилиндр, сфера и шар), *владеть стандартной классификацией пространственных фигур (пирамиды, призмы, параллелепипеды);*
- изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертёжных инструментов;
- делать (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу; *строить сечения многогранников;*
- извлекать, *интерпретировать и преобразовывать* информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
- *описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;*
- применять теорему Пифагора при вычислении элементов стереометрических фигур;
- находить объёмы и площади поверхностей простейших многогранников, тел вращения, *геометрических тел с применением формул;*
- *вычислять расстояния и углы в пространстве;*
- *применять геометрические факты для решения задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме;*
- *решать задачи нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;*
- *формулировать свойства и признаки фигур;*
- *доказывать геометрические утверждения.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- соотносить абстрактные геометрические понятия и факты с реальными жизненными объектами и ситуациями;
- использовать свойства пространственных геометрических фигур для решения типовых задач практического содержания;
- соотносить площади поверхностей тел одинаковой формы различного размера;
- соотносить объёмы сосудов одинаковой формы различного размера;
- оценивать форму правильного многогранника после спилов, срезов и т. п. (определять количество вершин, рёбер и граней полученных многогранников);
- *использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из других областей знаний.*

Векторы и координаты в пространстве

- Оперировать понятиями: декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные и компланарные векторы;
- находить координаты вершин куба и прямоугольного параллелепипеда, *расстояние между двумя точками;*
- находить сумму векторов и произведение вектора на число, *угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам;*
- *задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;*
- *решать простейшие задачи введением векторного базиса.*

По разделам учебника и классам

10 класс

Введение в стереометрию

- Перечислять основные фигуры в пространстве (точка, прямая, плоскость), формулировать три аксиомы об их взаимном расположении и иллюстрировать эти аксиомы примерами из окружающей обстановки;
- формулировать и *доказывать* теорему о плоскости, проходящей через прямую и не лежащую на ней точку, и теорему о плоскости, проходящей через две пересекающиеся прямые

Параллельность прямых и плоскостей

- Формулировать определение параллельных прямых в пространстве, формулировать и *доказывать* теоремы о параллельных прямых;
- объяснять, какие возможны случаи взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве, и приводить иллюстрирующие примеры из окружающей обстановки;
- формулировать определение параллельных прямой и плоскости;
- формулировать и *доказывать* утверждения о параллельности прямой и плоскости (свойства и признак);
- решать простейшие задачи на вычисление и доказательство, связанные с взаимным расположением прямых и плоскостей;
- объяснять, какие возможны случаи взаимного расположения двух прямых в пространстве, и приводить иллюстрирующие примеры;
- формулировать определение скрещивающихся прямых, формулировать и *доказывать теорему*, выражающую признак скрещивающихся прямых, и теорему о плоскости, проходящей через одну из скрещивающихся прямых и параллельной другой прямой;
- объяснять, какие два луча называются сонаправленными, формулировать и *доказывать* теорему об углах с сонаправленными сторонами;
- объяснять, что называется углом между пересекающимися прямыми и углом между скрещивающимися прямыми;
- решать простейшие задачи на вычисление и доказательство, связанные со взаимным расположением двух прямых и углом между ними;
- формулировать определение параллельных плоскостей, формулировать и *доказывать* утверждения о признаке и свойствах параллельных плоскостей, использовать эти утверждения при решении задач;
- объяснять, какая фигура называется тетраэдром и какая параллелепипедом, показывать на чертежах и моделях их элементы, изображать эти фигуры на рисунках, иллюстрировать с их помощью различные случаи взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве; формулировать и *доказывать* утверждения о свойствах параллелепипеда;
- объяснять, что называется сечением тетраэдра (параллелепипеда), решать простейшие задачи на построение сечений тетраэдра и параллелепипеда на чертеже.

Перпендикулярность прямых и плоскостей

- формулировать определение перпендикулярных прямых в пространстве;
- формулировать и *доказывать* лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой;
- формулировать определение прямой, перпендикулярной к плоскости, и приводить иллюстрирующие примеры из окружающей обстановки;
- формулировать и *доказывать* теоремы (прямую и обратную) о связи между параллельностью прямой и ее перпендикулярностью к плоскости, теорему, выражающую признак перпендикулярности прямой и плоскости, и теорему о существовании и

единственности прямой, проходящей через данную точку и перпендикулярной к данной плоскости;

- решать простейшие задачи на вычисление и доказательство, связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости;
- объяснять, что такое перпендикуляр и наклонная к плоскости, что называется проекцией наклонной; что называется расстоянием: от точки до плоскости, между параллельными плоскостями, между параллельными прямой и плоскостью, *между скрещивающимися прямыми*;
- формулировать и *доказывать* теорему о трёх перпендикулярах и применять её при решении простейших задач;
- объяснять, что такое ортогональная проекция точки (фигуры) на плоскость, и *доказывать*, что проекцией прямой на плоскость, неперпендикулярную к этой прямой, является прямая; объяснять, что называется углом между прямой и плоскостью и каким свойством он обладает;
- *объяснять, что такое центральная проекция точки (фигуры) на плоскость*;
- объяснять, какая фигура называется двугранным углом и как он измеряется;
- *доказывать, что все линейные углы двугранного угла равны друг другу*;
- объяснять, что такое угол между пересекающимися плоскостями и в каких пределах он изменяется;
- формулировать определение взаимно перпендикулярных плоскостей;
- формулировать и *доказывать* теорему признаке перпендикулярности двух плоскостей;
- объяснять, какой параллелепипед называется прямоугольным, формулировать и *доказывать* утверждения о его свойствах;
- решать простейшие задачи на вычисление и доказательство с использованием теоремы перпендикулярности прямых и плоскостей, *а также задачи на построение сечений прямого углового параллелепипеда начертанном*;
- *использовать компьютерные программы при изучении вопросов, связанных со взаимным расположением прямых и плоскостей в пространстве.*

Многогранники

- Объяснять, какая фигура называется многогранником и как называются его элементы, какой многогранник называется выпуклым, приводить примеры многогранников;
- объяснять, какой многогранник называется призмой и как называются её элементы, какая призма называется прямой, наклонной, правильной, изображать призмы на рисунке;
- объяснять, что называется площадью полной (боковой) поверхности призмы формулировать и *доказывать* теорему о площади боковой поверхности прямой призмы;
- решать простейшие задачи на вычисление и доказательство, связанные с призмой;
- объяснять, какой многогранник называется пирамидой и как называются её элементы, что называется площадью полной (боковой) поверхности пирамиды;
- объяснять, какая пирамида называется правильной, формулировать и *доказывать* утверждение о свойствах её боковых рёбер и боковых граней и теорему о площади боковой поверхности правильной пирамиды;
- объяснять, какой многогранник называется усечённой пирамидой и как называются её элементы, *доказывать* теорему о площади боковой поверхности правильной усечённой пирамиды;
- решать задачи на вычисление и доказательство, связанные с пирамидами, а также задачи на построение сечений пирамид начертанном
- объяснять, какие точки называются симметричными относительно точки (прямой, плоскости), что такое центр (ось, плоскость) симметрии фигуры, приводить примеры фигур, обладающих элементами симметрии, а также примеры симметрии в архитектуре, технике, природе;

- объяснять, какой многогранник называется правильным, *доказывать, что не существует правильного многогранника*, гранями которого являются правильные n -угольники при $n \geq 6$;
- объяснять, какие существуют виды правильных многогранников и какими элементами симметрии они обладают;
- *использовать компьютерные программы при изучении темы «Многогранники».*

11 класс

Цилиндр, конус и шар

- Объяснять, что такое цилиндрическая поверхность, её образующие и ось, какое тело называется цилиндром и как называются его элементы, как получить цилиндр путём вращения прямоугольника;
- изображать цилиндр и его сечения плоскостью, проходящей через ось, и плоскостью, перпендикулярной к оси;
- объяснять, что принимается за площадь боковой поверхности цилиндра, и *выводить формулы для вычисления боковой и полной поверхностей цилиндра*;
- решать простейшие задачи на вычисление и доказательство, связанные с цилиндром;
- объяснять, что такое коническая поверхность, её образующие, вершина и ось, какое тело называется конусом и как называются его элементы, как получить конус путём вращения прямоугольного треугольника, изображать конус и его сечения плоскостью, проходящей через ось, и плоскостью, перпендикулярной к оси;
- объяснять, что принимается за площадь боковой поверхности конуса, и *выводить формулы для вычисления площадей боковой и полной поверхностей конуса*;
- объяснять, какое тело называется усечённым конусом и как его получить путём вращения прямоугольной трапеции, *выводить формулу для вычисления площади боковой поверхности усечённого конуса*;
- решать простейшие задачи на вычисление и доказательство, связанные с конусом и усечённым конусом;
- формулировать определения сферы и шара, их центра, радиуса, диаметра;
- исследовать взаимное расположение сферы и плоскости, формулировать определение касательной плоскости к сфере, формулировать и *доказывать* теоремы о свойстве и признаке касательной плоскости;
- объяснять, что принимается за площадь сферы и как она выражается через радиус сферы;
- решать простые задачи, в которых фигурируют комбинации многогранников и тел вращения;
- *использовать компьютерные программы при изучении поверхностей и тел вращения.*

Объёмы тел

- объяснять, как измеряются объёмы тел, проводя аналогию с измерением площадей многоугольников;
- формулировать основные свойства объёмов и *выводить с их помощью формулу объёма прямоугольного параллелепипеда*;
- формулировать и *доказывать* теоремы об объёме прямой призмы и объёме цилиндра;
- решать простейшие задачи, связанные с вычислением объёмов этих тел;
- *выводить интегральную формулу для вычисления объёмов тел и доказывать с её помощью теоремы об объёме наклонной призмы, об объёме пирамиды, об объёме конуса*;
- *выводить формулы для вычисления объёмов усечённой пирамиды и усечённого конуса*;
- решать задачи, связанные с вычислением объёмов этих тел;
- формулировать и *доказывать* теорему об объёме шара и с её помощью *выводить формулу площади сферы*;

- решать задачи с применением формул объёмов различных тел.

Векторы в пространстве

- формулировать определение вектора, его длины, коллинеарных и равных векторов,
- приводить примеры физических векторных величин;
- объяснять, как вводятся действия сложения векторов, вычитания векторов и умножения вектора на число, какими свойствами они обладают, что такое правило треугольника, правило параллелограмма и правило многоугольника сложения векторов;
- решать задачи, связанные с действиями над векторами;
- объяснять, какие векторы называются компланарными; формулировать и *доказывать* утверждение о признаке компланарности трёх векторов;
- объяснять, в чём состоит правило параллелепипеда сложения трёх некомпланарных векторов;
- формулировать и *доказывать* теорему о разложении любого вектора по трём данным некомпланарным векторам;
- применять векторы при решении простейших геометрических задач;
- объяснять, как вводится прямоугольная система координат в пространстве, как определяются координаты точки и как они называются, как определяются координаты вектора;
- формулировать и *доказывать* утверждения: о координатах суммы и разности двух векторов, о координатах произведения вектора на число, о связи между координатами вектора и координатами его конца и начала;
- *выводить* и использовать при решении задач формулы координат середины отрезка, длины вектора и расстояния между двумя точками;
- *выводить уравнение сферы данного радиуса с центром в данной точке;*
- объяснять, как определяется угол между векторами;
- формулировать определение скалярного произведения векторов;
- формулировать и *доказывать* утверждения о его свойствах;
- объяснять, как вычислить угол между двумя прямыми, *а также угол между прямой и плоскостью*, используя выражение скалярного произведения векторов через их координаты;
- применять векторно-координатный метод при решении простейших геометрических задач;
- объяснять, что такое отображение пространства на себя и в каком случае оно называется движением пространства;
- объяснять, что такое центральная симметрия, осевая симметрия, зеркальная симметрия и параллельный перенос, *обосновывать утверждения о том, что эти отображения пространства на себя являются движениями;*
- *применять движения при решении геометрических задач.*

Содержание учебного предмета

Модуль «Алгебра и начала математического анализа»

Элементы теории множеств и математической логики

Конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, *промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости.*

Утверждение (высказывание), отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример, доказательство.

Числа и выражения

Корень n -й степени и его свойства. *Понятие предела числовой последовательности*. Степень с действительным показателем, свойства степени. Действия с корнями натуральной степени из чисел, *тождественные преобразования выражений, включающих степени и корни*.

Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы. *Число e* . Логарифмические тождества. Действия с логарифмами чисел; *простейшие преобразования выражений, включающих логарифмы*.

Изображение на числовой прямой целых и рациональных чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел.

Тригонометрическая окружность, *радианная мера угла*. Синус, косинус, тангенс, *котангенс* произвольного угла. Основное тригонометрическое тождество и следствия из него. Значения тригонометрических функций для углов 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° (0 , $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$ рад). Формулы приведения, сложения, формулы двойного и половинного угла.

Уравнения и неравенства

Уравнения с одной переменной. Простейшие иррациональные уравнения. Логарифмические и показательные уравнения вида $\log_a(bx + c) = d$, $a^{bx + c} = d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a иррациональным показателем) и их решения. Тригонометрические уравнения вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, где a — табличное значение соответствующей тригонометрической функции, и их решения.

Неравенства с одной переменной вида $\log_a x < d$, $a^x < d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a).

Несложные рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и их системы, простейшие иррациональные уравнения и неравенства.

Метод интервалов. Графические методы решения уравнений и неравенств.

Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Уравнения, системы уравнений с параметром.

Функции

Понятие функции. Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значения функции. Периодичность функции. Чётность и нечётность функций.

Степенная, показательная и логарифмические функции; их свойства и графики. *Сложные функции.*

Тригонометрические функции $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$. *Функция $y = \operatorname{ctg} x$* . Свойства и графики тригонометрических функций. *Арккосинус, арксинус, арктангенс числа, арккотангенс числа. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.*

Преобразования графиков функций: сдвиги вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, симметрия относительно координатных осей и начала координат. Графики взаимно обратных функций.

Элементы математического анализа

Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, *частного*, двух функций.

Вторая производная, её геометрический и физический смысл. Понятие о непрерывных функциях. Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, нахождение наибольшего и наименьшего значений функции с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач.*

Первообразная. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона—Лейбница. Определённый интеграл. Вычисление площадей плоских фигур и объёмов тел вращения с помощью интеграла.

Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика

Частота и вероятность события. Достоверные, невозможные и случайные события. Вычисление вероятностей в опытах с равновероятными элементарными исходами. Решение задач с применением комбинаторики. Вероятность суммы двух несовместных событий. Противоположное событие и его вероятность.

Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Решение задач с применением дерева вероятностей.

Дискретные случайные величины и их распределения.

Математическое ожидание, дисперсия случайной величины. Среднее квадратичное отклонение.

Понятие о нормальном распределении. Примеры случайных величин, подчинённых нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).

Представление о законе больших чисел. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.

Совместные наблюдения двух случайных величин. Понятие о корреляции.

По разделам учебника и классам

10 класс

Степень с действительным показателем

Действительные числа. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Арифметический корень натуральной степени. Степень с рациональным и действительным показателями.

Степенная функция

Степенная функция, её свойства и график. Взаимно обратные функции. Сложная функция. Дробно-линейная функция. Равносильные уравнения и неравенства. Иррациональные уравнения.

Показательная функция

Показательная функция, её свойства и график. Показательные уравнения. Системы показательных уравнений и неравенств.

Логарифмическая функция

Логарифмы. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы. Формула перехода. Логарифмическая функция, её свойства и график. Логарифмические уравнения. Логарифмические неравенства.

Тригонометрические формулы

Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат. Определение синуса, косинуса и тангенса угла. Знаки синуса, косинуса и тангенса. Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла. Тригонометрические тождества. Синус, косинус и тангенс углов α и $-\alpha$. Формулы сложения. Синус, косинус и тангенс двойного угла. Синус, косинус и тангенс половинного угла. Формулы приведения. Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов.

Тригонометрические уравнения

Уравнение $\cos x = a$. Уравнение $\sin x = a$. Уравнение $\operatorname{tg} x = a$. Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим. Однородные уравнения. Методы замены

неизвестного и разложения на множители. Метод оценки левой и правой частей тригонометрического уравнения.

11 класс

Тригонометрические функции:

Область определения и множество значений тригонометрических функций. Четность, нечетность и периодичность тригонометрических функций. Свойство функции $y = \cos x$ и её график. Свойство функции $y = \sin x$ и её график. Свойства и графики функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$. Обратные тригонометрические функции.

Производная и её геометрический смысл

Предел последовательности. Непрерывность функции. Определение производной. Правила дифференцирования. Производная степенной функции. Производная элементарных функций. Геометрический смысл производной.

Применение производной к исследованию функций

Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Производная второго порядка, выпуклость и точки перегиба. Построение графиков функций.

Первообразная и интеграл

Первообразная. Правила нахождения первообразных. Площадь криволинейной трапеции. Интеграл и его вычисление. Вычисление площадей с помощью интегралов.

Комбинаторика

Правило произведения. Размещения с повторениями. Перестановки. Размещения без повторений. Сочетания без повторений и бином Ньютона.

Элементы теории вероятностей

Вероятность события. Сложение вероятностей. Вероятность произведения независимых событий.

Модуль «Геометрия»

Точка, прямая и плоскость в пространстве, аксиомы стереометрии и следствия из них.

Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве. Изображение простейших пространственных фигур на плоскости. Расстояния между фигурами в пространстве. Углы в пространстве. Перпендикулярность прямых и плоскостей. Проекция фигуры на плоскость. Признаки перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве. Теорема о трёх перпендикулярах.

Многогранники. Параллелепипед. Свойства прямоугольного параллелепипеда. Теорема Пифагора в пространстве. Призма и пирамида. Правильная пирамида и правильная призма. Прямая пирамида. Элементы призмы и пирамиды.

Тела вращения: цилиндр, конус, сфера и шар. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. Изображение тел вращения на плоскости. *Представление об усечённом конусе, сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения шара. Развёртка цилиндра и конуса.*

Простейшие комбинации многогранников и тел вращения между собой.

Вычисление элементов пространственных фигур (рёбра, диагонали, углы). Площадь поверхности правильной пирамиды и прямой призмы. Площадь поверхности прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса и шара. Понятие об объёме. Объём пирамиды, конуса, призмы и цилиндра. Объём шара.

Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.

Движения в пространстве: параллельный перенос, центральная симметрия, симметрия относительно плоскости, поворот. Свойства движений. Применение движений при решении задач.

Векторы и координаты в пространстве

Сумма векторов, умножение вектора на число, угол между векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. *Скалярное произведение векторов. Теорема о разложении вектора по трём некопланарным векторам. Скалярное произведение векторов в координатах. Применение векторов при решении задач на нахождение расстояний, длин, площадей и объёмов.*

Уравнение плоскости в пространстве. Уравнение сферы в пространстве. Формула для вычисления расстояния между точками в пространстве.

По разделам учебника и классам

10 класс

Введение в стереометрию

Предмет стереометрии. Аксиомы стереометрии. Некоторые следствия из аксиом.

Параллельность прямых и плоскостей

Параллельность прямых, прямой и плоскости.

Параллельные прямые в пространстве.

Параллельность трёх прямых. Параллельность прямой и плоскости.

Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми.

Параллельность плоскостей.

Скрещивающиеся прямые. Углы с сонаправленными сторонами. Угол между прямыми.

Параллельность плоскостей.

Параллельные плоскости. Свойства параллельных плоскостей.

Тетраэдр и параллелепипед.

Тетраэдр. Параллелепипед. Задачи на построение сечений.

Перпендикулярность прямых и плоскостей

Перпендикулярность прямой и плоскости.

Перпендикулярные прямые в пространстве. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема о прямой, перпендикулярной к плоскости.

Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью.

Расстояние от точки до плоскости. Теорема о трёх перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью.

Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей.

Двугранный угол. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Прямоугольный параллелепипед.

Многогранники

Понятие многогранника. Призма.

Пирамида.

Пирамида. Правильная пирамида. Усечённая пирамида.

Правильные многогранники.

Симметрия в пространстве. Понятие правильного многогранника. Элементы симметрии правильных многогранников.

11 класс

Цилиндр, конус и шар

Цилиндр.

Понятие цилиндра. Площадь поверхности цилиндра.

Конус.

Понятие конуса. Площадь поверхности конуса. Усечённый конус.

Сфера.

Сфера и шар. Взаимное расположение сферы и плоскости. Касательная плоскость к сфере.

Площадь сферы.

Объёмы тел

Объём прямоугольного параллелепипеда.

Понятие объёма. Объём прямоугольного параллелепипеда.

Объёмы прямой призмы и цилиндра.

Объём прямой призмы. Объём цилиндра.

Объёмы наклонной призмы, пирамиды и конуса.

Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём наклонной призмы.

Объём пирамиды. Объём конуса.

Объём шара и площадь сферы.

Объём шара. Площадь сферы.

Векторы в пространстве

Понятие вектора в пространстве.

Понятие вектора. Равенство векторов.

Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число.

Сложение и вычитание векторов. Сумма нескольких векторов. Умножение вектора на число.

Компланарные векторы.

Компланарные векторы. Правило параллелепипеда. Разложение вектора по трём некопланарным векторам.

Метод координат в пространстве. Движения

Координаты точки и координаты вектора.

Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Связь между координатами векторов и координатами точек. Простейшие задачи в координатах.

Уравнение сферы.

Скалярное произведение векторов.

Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Вычисление углов между прямыми и плоскостями.

Движения.

Центральная симметрия. Осевая симметрия. Зеркальная симметрия. Параллельный перенос.

Тематическое планирование с указанием количества часов, отводимых на освоение каждой темы

Модуль «Алгебра и начала математического анализа»

10 класс:

№ п/п	Раздел	Кол-во часов	Кол-во контрольных работ
1.	Степень с действительным показателем	11	1

2.	Степенная функция	12	1
3.	Показательная функция	10	1
4.	Логарифмическая функция	14	1
5.	Тригонометрические формулы	20	1
6.	Тригонометрические уравнения	14	1
7.	Повторение	4	1
	Итого	85	7

11 класс:

№ п/п	Раздел	Кол-во часов	Кол-во контрольных работ
1.	Тригонометрические функции	17	1
2.	Производная и её геометрический смысл	17	1
3.	Применение производной к исследованию функции	12	1
4.	Первообразная и интеграл	9	1
5.	Комбинаторика	9	1
6.	Элементы теории вероятностей	7	1
7.	Повторение	11	1
	Итого	82	7

Модуль «Геометрия»

10 класс:

№ п/п	Раздел	Кол-во часов	Кол-во контрольных работ
1.	Введение в стереометрию	3	
2.	Параллельность прямых и плоскостей	16	2
3.	Перпендикулярность прямых и плоскостей	17	1
4.	Многогранники	12	1
5.	Повторение	3	
	Итого	51	4

11 класс:

№ п/п	Раздел	Кол-во часов	Кол-во контрольных работ
1.	Цилиндр, конус, шар	13	1
2.	Объемы тел	15	1
3.	Векторы в пространстве	6	
4.	Метод координат в пространстве	11	1
5.	Повторение	5	1

	Итого	50	4
--	--------------	-----------	----------