

Муниципальное бюджетное образовательное учреждение  
«Тимирязевская средняя общеобразовательная школа»

Областной конкурс методических разработок  
« Учебный проект: от «школы знаний» - к «школе деятельности»»

Учебный прикладной проект по предмету как способ формирования  
опыта проектной деятельности обучающихся 8 класса.

**Решение квадратных неравенств  
с помощью графика квадратичной функции.**

Авторы: ученики 8 класса  
МБОУ «Тимирязевская СОШ»  
Руководитель:  
Аскарова Татьяна Саядовна  
учитель математики  
1 категории  
МБОУ «Тимирязевская СОШ»

п. им. Тимирязева,

2015

УМК:

- 1) Программа по алгебре автор Т. А. Бурмистрова, Просвещение, 2013 г.
- 2) Учебник Алгебра 8 класс авторы Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М. Просвещение, 2011 год.

**Актуальность** данного урока определяется тем, что с помощью квадратных неравенств на символическом языке записываются важные задачи познания реальной действительности (определение высоты фонтана – фонтан смотрится лучше, если капли воды достигают высоты, большей, чем высота статуи; определение скорости мотоциклиста при совершении прыжка через преграды и т. п.). Как в самой математике, так и в её приложениях с квадратными неравенствами приходится сталкиваться не менее часто, чем с уравнениями. Например, квадратные неравенства используются при изучении свойств функции (нахождение промежутков знакопостоянства функции, определение монотонности и др.), а также имеют огромное значение для решения задач заданий единого государственного экзамена, Такая работа даст возможность учащимся почувствовать себя открывателями нового, повысит самооценку, побудит интерес к новым знаниям.

**Цель проекта:**

Построение алгоритма решения квадратного неравенства с помощью графика квадратичной функции и применение его в решении геометрических и физических задач.

**Задачи:**

*Предметные:*

*Учащиеся должны уметь:*

- грамотно использовать в речи математические термины;

- строить эскиз квадратичной функции, проводить исследование по нему и решать квадратное неравенство;
- применять математические знания и умения в реальных ситуациях;

*Метапредметные:*

*Учащиеся должны уметь*

- ставить цели и планировать деятельность по их достижению;
- выполнять самостоятельные творческие задания;
- обосновывать свое решение ;
- понимать и использовать математические средства наглядности (графики, диаграммы, таблицы, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;
- вести групповую дискуссию, самостоятельного поиска решения, конструирования обобщенного способа решения новой задачи;
- находить свои ошибки, ошибки своих товарищей;
- добывать нужную информацию, используя доступные источники (справочники, учебники, словари, СМИ), передавать ее;

*Личностные:*

*Учащиеся должны показать*

- способности к умственному эксперименту
- ответственность каждого за конечные результаты работы в группе, этичного поведения при обсуждении, ораторского мастерства, самооценки качества своего труда,
- умение брать на себя ответственность при руководстве мини-группой, вносить посильный вклад в достижение общего результата.

### **Перечень универсальных учебных действий, формируемых в результате проектной деятельности**

В результате работы над проектом формируются универсальные учебные действия:

В области развития определенных личностных универсальных учебных действий формируется:

- опыт межличностных отношений.

В области развития регулятивных универсальных учебных действий формируются способности:

- ставить новые учебные цели и задачи, планировать их реализацию,
- осуществлять выбор эффективных путей и средств достижения целей, контролировать и оценивать свои действия.

В области развития коммуникативных универсальных учебных действий наблюдается:

- формирование действий по организации и планированию учебного сотрудничества с учителем и сверстниками;
- формирование умений работать в группе и приобретение опыта такой работы;
- практическое освоение умений, составляющих основу коммуникативной компетентности: ставить и решать многообразные коммуникативные задачи; действовать с учётом позиции другого и уметь согласовывать свои действия; устанавливать и поддерживать необходимые контакты с другими людьми; удовлетворительно владеть нормами и техникой общения; определять цели коммуникации, оценивать ситуацию; развитию речевой деятельности.

В области развития **познавательных универсальных учебных действий формируется:**

- практическое освоение обучающимися основ проектно-исследовательской деятельности;
- способность создавать и преобразовывать модели для решения задач;

- умение давать определение понятиям;
- умения устанавливать причинно-следственные связи;
- умение выделять главное и второстепенное, главную идею текста, выстраивать последовательность описываемых событий.

**Проектный продукт** - алгоритм решения квадратного неравенства с помощью графика квадратичной функции, оформленный в виде памятки.

### **Структура урока.**

#### **I. Мотивационно-ориентировочная часть.**

1. Актуализация имеющихся знаний и умений учащихся.
2. Создание проблемной ситуации, мотивация.
3. Постановка учебной задачи (цели) урока.
4. Планирование решения учебной задачи.

#### **II. Операционно-познавательная часть.**

1. Моделирование.
2. Осознание общего способа действий.
3. Применение.

#### **III. Рефлексивно-оценочная часть.**

1. Подведение итогов урока.
2. Планирование дальнейшей учебной деятельности.
3. Задание на дом.

### **Ход урока**

## I. Мотивационно-ориентировочный этап.

1. Актуализация имеющихся знаний и умений учащихся.

2. Создание проблемной ситуации.

Действия учителя	Действия обучающихся
<p>- Здравствуйте, ребята! Я рада снова видеть вас на уроке.</p> <p>Один мудрец однажды сказал: « Не для школы, а для жизни мы учимся!»</p> <p>- А для чего Вы изучаете такую сложную науку, как математика?</p> <p>- Урок сегодня мы проведем под девизом: «<i>Говори, что знаешь. Делай, что можешь. Быть чему быть</i>»</p> <p>- Чуть больше года назад, произошло событие, которое потрясло мир, и о котором еще долго будут говорить люди и спорить ученые! Что произошло 15 февраля 2013 года?</p> <p>- Посмотрите видеоролик и ответьте на вопрос: «По какой траектории движется метеорит?»</p> <p>- Графиком, какой функции является парабола?</p> <p>- Запишите на доске и в тетрадках уравнение квадратичной функции.</p> <p>- Какие знания у вас уже есть, по теме квадратичная функция, чему вы</p>	<p><i>Учащиеся поочередно с места отвечают на вопрос.</i></p> <p>- <i>В Челябинске упал метеорит</i></p> <p><i>Просмотр видеоролика.</i></p> <p>- <i>По параболе.</i></p> <p>- <i>Квадратичной функции.</i></p> $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ <p>- <i>Знаем, как построить квадратичную функцию, умеем</i></p>

научились на предыдущих уроках?

- Что зависит от знака первого коэффициента квадратичной функции?

- Как знак дискриминанта влияет на количество точек пересечения графика квадратичной функции с осью OX?

- Назовите число корней уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$  и знак коэффициента  $a$ , если график соответствующей квадратичной функции расположен следующим образом:

- Назовите промежутки, на которых функции принимает положительные и отрицательные значения, если ее график расположен указанным образом:

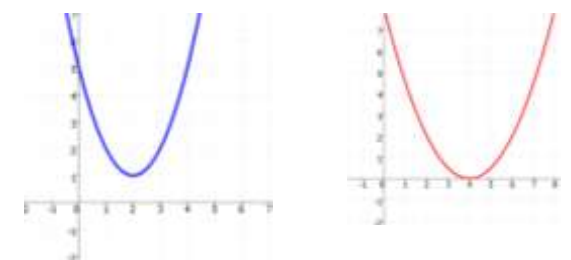
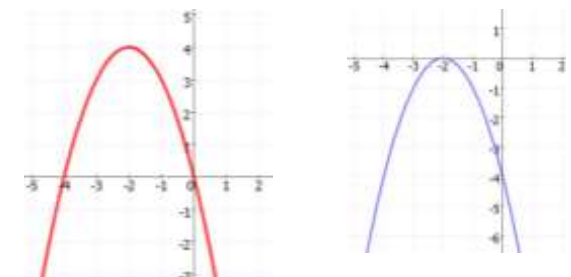
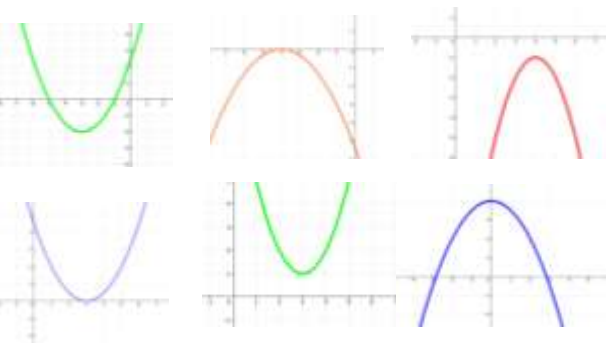
- Вернемся к полёту метеорита. Итак, траекторию движения метеорита, описывает квадратичная функция.

- С точки зрения баллистики (баллистика - раздел механики, изучающий движение тел в поле силы тяжести Земли) переменная  $y$  в этом уравнении, показывает высоту,

определять её свойства, знаем, где в жизни встречаются параболы и т.п.

- Направление ветвей параболы

- Если  $D > 0$  – две точки пересечения,  $D = 0$  – одна точка,  $D < 0$  – нет точек пересечения.



на которой находится тело над Землей.

- Запишите фразу: «Метеор летит над землей» на математическом языке.

- Что у вас получилось?

- Какое неравенство называется квадратным?

- Какие из следующих неравенств являются неравенствами второй степени?

- Умеете ли вы решать такие неравенства?

- Каким методом?

- В чем этот метод заключается?

$$ax^2 + bx + c > 0$$

- *Квадратное неравенство.*

- *Если в левой части неравенства стоит квадратный трехчлен, а в правой – нуль, то такое неравенство называется квадратным.*

$$a) \frac{-2x^2 - 4x + 6}{2} < 0; \quad \text{з) } 4y^2 - 5y + 7 > 0;$$

$$б) 4x^2 - 2x \geq 0; \quad \text{д) } 5x^2 - 6x + 4 \leq 0;$$

$$в) 2x - 4 > 0; \quad \text{е) } 3y - 5y^2 + 7 < 0.$$

- *Да.*

- *Аналитическим, с помощью систем линейных неравенств.*

- *При аналитическом методе решения находят корни квадратного трехчлена, стоящего в левой части неравенства, раскладывают на множители соответствующий квадратный трехчлен, из вновь получившегося неравенства составляют системы линейных неравенств и решают их.*



### 3. Постановка учебной задачи.

<p>- А как вы думаете аналитический метод - это единственный метод решения квадратных неравенств? - Почему вы так считаете?</p> <p>- А какой же метод должен быть еще, по вашему мнению?</p> <p>- Сформулируйте тему урока.</p> <p>- Какова цель урока?</p>	<p>- Нет.</p> <p>- Если квадратный трехчлен, стоящий в левой части неравенства не имеет корней, то его не получается разложить на множители по известной формуле, а следовательно, нельзя применить аналитический способ решения. <b>В домашней работе встретилось такое неравенство.</b></p> <p>- Графический, с помощью графика квадратичной функции, мы его уже применяли, когда учились строить квадратичную функцию вида <math>y=ax^2</math>, но мы не знали, что решаем квадратные неравенства. <b>Задача 4, страница 159, №599,600 (страница 160).</b></p> <p>- Решение квадратных неравенств с помощью графика квадратичной функции.</p> <p>- Сформулировать алгоритм решения квадратного неравенства с помощью графика квадратичной функции; научиться решать квадратные неравенства с помощью графика квадратичной функции.</p>
---	---

*4. Планирование решения учебной задачи.*

- Какие шаги действий вы предлагаете для достижения цели?

- *Вспомнить и проанализировать шаги решения заданий, в которых необходимо в одной системе координат построить графики левой и правой части неравенства, и ответить на вопрос задачи, ориентируясь на знак неравенства (задача 4, страница 159, №599,600 (страница 160));*  
*-составить алгоритм решения квадратных неравенств;*  
*- применить данный алгоритм к решению квадратных неравенств.*

**II. Операционно-познавательный этап.**

*1. Моделирование.*

*2. Осознание общего способа действий.*

- Я предлагаю вам поработать в группах над алгоритмом решения квадратного неравенства. На работу отводится 5 минут.

-Уточните алгоритм решения: какие значения переменной  $x$  необходимо знать, чтобы записать решение неравенства, обязательно ли точно строить график функции?

Учащиеся в группах действуют по плану. Затем члены групп представляют алгоритм и его применение к решению конкретного неравенства.  
*(С помощью документ камеры).*

Окончательный алгоритм  
Приложение 1.

### 3. Применение

- Вы считаете, что получившийся алгоритм удобен для работы?  
- Проверим?  
- У каждого из вас есть карточка с тремя неравенствами, выберите одно из них и решите его, опираясь на алгоритм. На работу 5 минут.

- Время истекло. Выполните самопроверку задания.

- Да.

*Выполняют решение неравенств.  
Для записи решения используются заранее заготовленные таблицы с формулировкой этапов решения.  
Приложение 2.*

*Выполняют самопроверку, используя готовое решение. Приложение 3.*

- Где же в жизни возникнет необходимость в решении квадратных неравенств?



Пример 1.

*Каскады падающей воды, фонтаны украшают многие города, развлекательные центры, дома. Фонтан смотрится лучше, если капли воды достигают высоты, большей, чем высота статуи.*

Чтобы ответить на этот вопрос нужно

А при чем здесь квадратные неравенства?

знать, что для тел, брошенных вверх при отсутствии сопротивления воздуха, механика устанавливает следующее соотношение между высотой подъема тела над землей ( $h$ ), начальной высотой тела над землей ( $h_0$ ), начальной скоростью ( $v_0$ ), ускорением свободного падения ( $g$ ), углом наклона струи воды  $\alpha$ :

*Задача: С какой начальной скоростью  $V_0$  должна двигаться вода в фонтане, чтобы при высоте статуи 2 м и угле наклона струи  $60^\circ$ , капли воды были выше чем высота статуи?*

- Какое неравенство, вам придется решить, чтобы ответить на вопрос задачи?

- Любителям экстремальной езды на мотоцикле придется решить следующую задачу.

Пример 2.

$$\frac{v_0^2 \sin^2 60^\circ}{2 \cdot 9,8} > 2$$



Задача: Мотоциклист совершает прыжок через 5 установленных в ряд автобусов. Длина ряда 20 м. До какой скорости должен разогнаться мотоциклист, чтобы при прыжке под углом в  $45^\circ$  выполнить этот прыжок?

- Здесь, надо знать, что зависимость между дальностью полёта, начальной скоростью, углом наклона и ускорением свободного полёта выражается формулой:

$$L = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

- Какое неравенство, вам придется решить, чтобы ответить на вопрос данной задачи?

- А где еще наверняка вам пригодится

$$\frac{v_0^2}{9,8} > 20$$

умение решать квадратные неравенства?

- Вот такая задача:



**Задача из открытого банка ЕГЭ:**

Модель камнеметательной машины, выстреливает камни под

определенным углом к горизонту с

фиксированной начальной

скоростью. Траектория полета камня

описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ ,

где  $a = -1/60$ ,  $b = 7/6$  — постоянные

параметры.  $x$ -расстояние от машины

до камня, считаемое по горизонтали,

$y$  - высота полёта камня над землёй.

На каком наибольшем расстоянии от

крепостной стены **высоты 9 м** нужно

расположить машину, чтобы камни

пролетали над ней **на высоте не**

**менее одного метра?**

- При решении задач, в практической деятельности, на ГИА, ЕГЭ.

**II. Рефлексивно-оценочный этап.**

1. Подведение итогов урока.

2. Планирование дальнейшей учебной деятельности.

- Что нового вы узнали на уроке?
- Какую цель ставили?
- Какие получили результаты?
- Где можно применить новые знания?
- Что на уроке у вас хорошо получилось?
- Над чем еще надо поработать?

- Оцените свою работу на уроке, заполнив оценочный лист.

- Запишите домашнее задание.

1. По учебнику прочитать теоретический материал, п. 41, стр. 177-179 (выучить алгоритм)

2. Если в оценочном листе количество баллов:

4 - 8 – решить оставшиеся задания карточки;

9 и более - №660(1,3), 662(1), 663(1) из учебника;

Дополнительно:

Решить задачу из открытого банка задач ЕГЭ.

*Отвечают на вопросы.*

*Заполняют оценочные листы.*

Приложение 4.

*Записывают задание в дневнике.*

Приложение 1.

**Окончательный алгоритм:**

1. Приведите неравенство к виду

$$ax^2 + bx + c > 0 \quad (ax^2 + bx + c < 0).$$

2. Рассмотрите функцию

$$y = ax^2 + bx + c.$$

3. Определите направление ветвей.

4. Найдите точки пересечения параболы с осью абсцисс

(для них  $y=0$ ;  $x_1$  и  $x_2$  найдите, решая уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$ ), если парабола не пересекает ось абсцисс. Определите координаты вершины параболы  $(x_B; y_B)$ :

$$x_B = -\frac{b}{2a}; \quad y_B = y(x_B).$$

5. Схематически постройте график функции  $y = ax^2 + bx + c$ .

6. На оси абсцисс выделите те значения  $x$ , для которых  $y > 0$  ( $y < 0$ ).

7. Выберите промежутки, в которых функция принимает значения соответствующие данному квадратному неравенству, и запишите ответ.

Приложение 2.

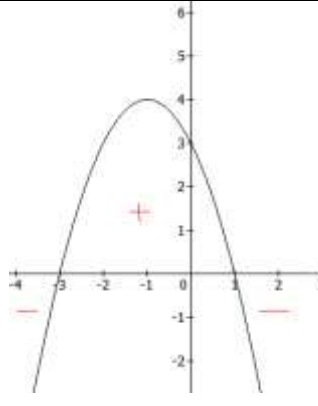
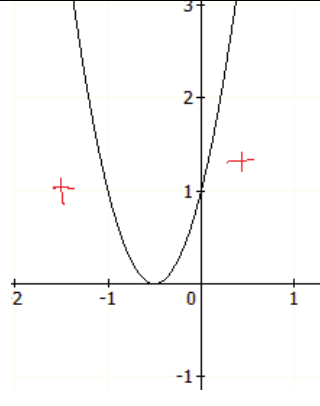
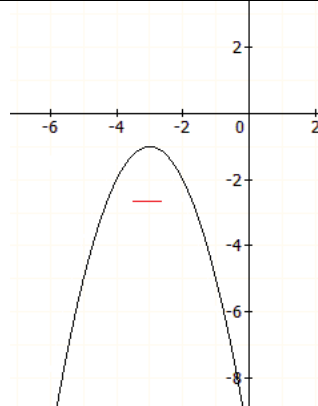
	$-x^2 - 2x + 3 > 0$	$4x^2 + 4x + 1 > 0$	$-x^2 - 6x - 10 < 0$
--	---------------------	---------------------	----------------------



<p>1. Рассмотрите квадратичную функцию и определите значение коэффициента <math>a</math>, укажите направление ветвей параболы.</p>			
<p>2. Запишите соответствующее квадратное уравнение и найдите значение <math>D</math>.</p>			
<p>3. Найдите корни уравнения (если они есть).</p>			
<p>4. Изобразите эскиз графика соответствующей квадратичной функции, используя полученные точки пересечения (или касания) с осью <math>Ox</math>. На оси абсцисс выделите те значения <math>x</math>, для которых <math>y &gt; 0</math> (<math>y &lt; 0</math>).</p>			
<p>5. Выберите промежутки, в которых функция принимает значения соответствующие знаку данного квадратного неравенства, и запишите ответ.</p>			

Приложение 3.

	$-x^2 - 2x + 3 > 0$	$4x^2 + 4x + 1 > 0$	$-x^2 - 6x - 10 < 0$
--	---------------------	---------------------	----------------------

1. Рассмотрите функцию и определите значение коэффициента $a$ , укажите направление ветвей параболы	$y = -x^2 - 2x + 3$ Так как $a=-1$ , $-1<0$ , то ветви параболы направлены вниз.	$y = 4x^2 + 4x + 1$ Так как $a=4$ , $4>0$ , то ветви параболы направлены вверх.	$y = -x^2 - 6x - 10$ Так как $a=-1$ , $-1<0$ , то ветви параболы направлены вниз.
2. Запишите соответствующее квадратное уравнение и найдите значение $D$ .	$-x^2 - 2x + 3 = 0$ $D=4+12=16$	$4x^2 + 4x + 1 = 0$ $D=16-16=0$	$-x^2 - 6x - 10 = 0$ $D=36-40=-4$
3. Найдите корни уравнения (если они есть).	$x_1 = 1$ $x_2 = -3$	$x_1 = -0,5$	Действительных корней нет
4. Изобразите эскиз графика соответствующей квадратичной функции, используя полученные точки пересечения (или касания) с осью $Ox$ . На оси абсцисс выделите те значения $x$ , для которых $y>0$ ( $y<0$ ).			
5. Выберите промежутки, в которых функция принимает значения соответствующие данному квадратному неравенству и запишите ответ.	$-3 < x < 1$	$x \neq -0,5$ $(x < -0,5; x > -0,5)$	$x$ - любое действительное число

Приложение 4.

**ОЦЕНОЧНЫЙ ЛИСТ**

(Оцени качества своей работы на уроке)

Баллы	Знание определений	Устные ответы	Письменное решение	Анализ письменного решения	Подсказки	Понимание материала
4	Знаю все	5 и более	3 неравенства	Ошибок нет.	Все выполнял без подсказок и посторонней помощи	Мне понятно решение всех предложенных задач, поэтому я могу легко их решать
3	Знаю почти все	3-4 ответа	2 неравенства	Нашел все ошибки и недочеты	Все выполнял почти без подсказок	Мне понятен материал, но в решении задач ошибаюсь
2	Знаю примерно половину	1-2 ответа	1 неравенство	Нашел некоторые ошибки и недочеты	Были 2-3 подсказки	Материал отчасти непонятен, ошибаюсь в решении
1	Знаю меньше половины	Не отвечал	Не решил	Не решил	Выполнял задания только с подсказками	Материал мне непонятен, решения «угадываю»
Мои баллы						

### Литература

1. Ш.А. Алимов Алгебра 8 класс, М.: Просвещение, 2011.

2. *Заир-Бек С., Муштавинская И.* Развитие критического мышления на уроке. Пособие для учителя. – М., 2011.
3. М.Н. Кочагина. Математика: 9 класс: Подготовка к «малому ЕГЭ». – Эксмо, 2007.
4. Критическое мышление: технология развития: Пособие для учителя / И. О. Загашев, С. И. Заир-Бек. – СПб: Альянс «Дельта», 2010.
5. *Селевко Г.К.* Современные образовательные технологии. Учебное пособие. М. 1998
6. *Бутенко А.В., Ходос Е.А.* Критическое мышление: метод, теория, практика. – Красноярск: 2001. – 102 с.
7. Н.С. Пурышева. Физика. 9 класс. М.: Дрофа, 2010.
8. Сайт международного журнала о развитии критического мышления «Перемена» [http://ct-net.net/ru/ct\\_tcp\\_ru](http://ct-net.net/ru/ct_tcp_ru)
9. Фестиваль педагогических идей [http://festival.1september.ru/2004\\_2005/index.php?subject=9](http://festival.1september.ru/2004_2005/index.php?subject=9)

#### **Интернет ресурсы:**

1. <http://neravenstva.narod.ru/content3.html>
2. [http://school-collection.edu.ru/catalog/res/9eb033b1-f568-43d3-847d-07791bc712a5/?sort=order&interface=pupil&class=50&subject=17&rubric\\_id\[\]=111917](http://school-collection.edu.ru/catalog/res/9eb033b1-f568-43d3-847d-07791bc712a5/?sort=order&interface=pupil&class=50&subject=17&rubric_id[]=111917)
3. <http://webmath.exponenta.ru/s/c/function/content/models/cannon.html>
4. <http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B0%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D0%>
5. <http://www.edu.yar.ru/russian/projects/socnav/prep/phis001/dyn/dyn14.html>
6. <http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/urok-algebry-v-8-klasse-po-teme-reshenie-kvadratnyh-neravenstv>
7. <http://letopisi.ru/images/B2.swf>
8. <http://festival.1september.ru/articles/599033/>